

Министерство образования и науки Российской Федерации
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
ФАКУЛЬТЕТ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ И ТЕОРЕТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ
КАФЕДРА ФИЗИКИ ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ

ЕСИПОВА ЕКАТЕРИНА АЛЕКСАНДРОВНА

ПЕРВИЧНЫЕ ЧЕРНЫЕ ДЫРЫ

Реферат по космомикрoфизике

Москва 2015

СОДЕРЖАНИЕ

СОДЕРЖАНИЕ	2
1 Введение	3
2 Свойства первичных черных дыр и механизмы их образования	4
2.1 Прямое образование первичных черных дыр	5
2.2 Образование первичных черных дыр в фазовых переходах первого рода	8
2.3 Образование первичных черных дыр при коллапсе замкнутых стеной	9
3 Испарение первичных черных дыр и реионизация Вселенной	11
4 Ограничения на первичные черные дыры	15
5 Заключение	17
Литература	17

1 Введение



Черная дыра — некая область в пространстве-времени, которая обладает таким сильным гравитационным полем, что частицы, в том числе и ультрарелятивистские, не способны ее покинуть. Граница, за которую не могут выйти частицы во внешнее пространство, называется горизонтом событий. Любое тело, находясь под горизонтом черной дыры, будет двигаться только внутри этой области. Объект из внешнего пространства может попасть под горизонт, но за его пределы уже не выйдет.



Считается, что черные дыры образуются при коллапсе нейтронных звезд, масса которых $\sim 10M_{\odot}$ и более. Однако, есть модели, в которых черные дыры образуются на ранних этапах развития Вселенной, до образования крупномасштабных структур. Это предположение было высказано Зельдовичем и Новиковым в 1966 году, позднее — Хоукингом в 1971. Такие черные дыры называются первичными.

Первичные черные дыры представляют особый интерес для космологии. Во-первых, они являются одними из кандидатов на роль скрытой массы [1–3], при этом ими удастся объяснить всю ее плотность. Во-вторых, простейшая оценка показывает, что реионизация могла быть осуществлена первичными черными дырами [2], [3]. И оказывается, эту модель можно использовать как теоретический инструмент космоархеологического анализа [4].

2 Свойства первичных черных дыр и механизмы их образования

Характеристиками черной дыры являются ее масса M , заряд Q и угловой момент вращения L .

Черная дыра является решением уравнения Эйнштейна:

$$R_{\mu\nu} - \frac{1}{2}g_{\mu\nu}R = 8\pi GT_{\mu\nu} - g_{\mu\nu}\Lambda \quad (2.1)$$

где $R_{\mu\nu}$ — тензор Риччи, R — скаляр Риччи, $g_{\mu\nu}$ — метрический тензор, G — гравитационная постоянная, $T_{\mu\nu}$ — тензор энергии-импульса, Λ — космологическая постоянная.

В общем случае решением такого уравнения является черная дыра Керра-Ньюмана-де Ситтера, метрика которого является собой:¹ [5].

$$ds^2 = -\rho^2 \left(\frac{dr^2}{\Delta_r} + \frac{d\theta^2}{\Delta_\theta} \right) - \frac{\sin^2 \theta}{(1+\alpha)^2 \rho^2} [adt - (r^2 + a^2)d\varphi] + \frac{\Delta_r}{(1+\alpha)^2 \rho^2} (dt - a \sin^2 \theta d\varphi)^2 \quad (2.2)$$

где

$$\begin{aligned} \Delta_r &= (r^2 + a^2)(1 - \alpha r^2/a^2) - 2Mr + Q^2, \quad \Delta_\theta = 1 + \alpha \cos^2 \theta \\ \rho^2 &= \rho \cdot \rho^*, \quad \rho = r + iQ \cos \theta \\ \alpha &= \Lambda a^2/3, \quad a = L/M \end{aligned}$$

Однако, обычно при нахождении решения черных дыр космологической постоянной пренебрегают, тогда решением уравнения (2.1) является черная дыра Керра-Ньюмана [6]:

¹Здесь и далее используется система единиц, где $c=G=k=1$.

$$ds^2 = - \left(1 - \frac{2Mr - Q^2}{\Sigma} \right) dt^2 - 2 (2Mr - Q^2) a \frac{\sin^2 \theta}{\Sigma} dt d\varphi + \\ + \left(r^2 + a^2 + \frac{2Mr - Q^2}{\Sigma} a^2 \sin^2(\theta) \right) \sin^2(\theta) d\varphi^2 + \frac{\Sigma}{\Delta} dr^2 + \Sigma d\theta^2 \quad (2.3)$$

где $\Sigma = r^2 + a^2 \cos^2 \theta$, $\Delta = r^2 - 2Mr + a^2 + Q^2$.

Отсюда видно, что горизонт событий дается выражением:

$$r_g = \frac{M + \sqrt{M^2 - a^2 - Q^2}}{M_{\text{Pl}}^2} \quad (2.4)$$

где M_{Pl}^2 — масса Планка. Из этого, очевидно, следует, что параметры черной дыры не должны быть произвольными, и для них выполняется ограничения Керра-Ньюмана:

$$a^2 + Q^2 \leq M^2 \quad (2.5)$$


При нарушении этого ограничения горизонт событий исчезает, и вместо решения черной дыры мы будем иметь так называемую “голую сингулярность”, которая, согласно принципу космической цензуры, не существует.

В случае незаряженной, но вращающейся черной дыры решением (2.1) является решение Керра, не вращающейся, но заряженной — Рейснера-Нордстрёма, и в случае незаряженной и не вращающейся черной дыры — решение Шварцшильда.


Как уже было отмечено ранее, особенностью первичных дыр является их образование происходило не за счет коллапса крупной звезды. Существует несколько теоретических способов описаний такого образования.

2.1 Прямое образование первичных черных дыр

Этот способ образования связан с имевшимися неоднородностями материи на ранних стадиях Вселенной, которые могли коллапсировать, образуя первичные

черные дыры. Вероятность такого образования дается уравнением. 

$$\omega \approx e^{-\frac{\gamma^2}{2\langle\delta^2\rangle}} \quad (2.6)$$

где $0 < \gamma < 1$ — численный фактор, определяющий уравнение состояния, $\langle\delta^2\rangle \ll 1$ — дисперсия гауссова распределения, которое описывает возмущение метрики. Формально, на пылевой стадии эволюции Вселенной, когда $\gamma = 0$, $\omega \rightarrow 1$, что неверно, тем не менее, детальный анализ дает, что на этой стадии вероятность больше, чем на стадии радиационного доминирования. 

Прямое образование означает, что после того, как флуктуация плотности $\frac{\delta\rho}{\rho}$ становится порядка 1, сформировываются неоднородности, обособленные от общего космологического расширения, являющиеся гравитационно связанными системами нерелятивистской материи, которые сжимаются под собственный гравитационный радиус. К моменту, когда начинается сжатие, такие конфигурации характеризуются

- 1) средней плотностью ρ_{conf}
- 2) неоднородностью плотности $u \sim \frac{\delta\rho_{\text{conf}}}{\rho_{\text{conf}}}$
- 3) размером r_{conf}
- 4) отклонением от сферичности s_{conf} .

Образование черной дыры в результате сжатия соответствует средней плотности¹

$$\rho_{\text{ВН}} \sim \frac{M}{r_{\text{г}}^3} \sim \frac{\rho_{\text{conf}}}{x^3} \quad (2.7)$$

где $x = r_{\text{г}}/r_{\text{conf}}$. С другой стороны, максимальная плотность, которая может быть достигнута при сжатии несферической конфигурации, составляет

$$\rho_{\text{max}} \sim \frac{\rho_{\text{conf}}}{s_{\text{conf}}^3} \quad (2.8)$$

¹Black hole — черная дыра.

Из (2.7), (2.8) следует, что для образования черной дыры конфигурация должна быть близка к сферически симметричной:

$$s_{\text{conf}} \leq x \leq 1 \quad (2.9)$$

Ограничение на неоднородность конфигурации имеет вид [7]:

$$u \leq x^{3/2} \leq 1 \quad (2.10)$$


Условий (2.9), (2.10) оказывается достаточно для прямого образования первичной черной дыры.

При нормальном законе распределении неоднородности с дисперсией порядка 1 вероятность реализации конфигурации с аномально малой неоднородностью определяется фазовым объемом, соответствующим конфигурациям, для которых выполнено (2.10), и эта вероятность составляет $\omega_u \sim u \sim x^{3/2}$. Полагая, что вероятность реализации конфигурации, удовлетворяющей условию (2.9), также определяется соответствующим фазовым объемом, получаем, $\omega_s \sim x^5$. Отсюда получаем минимальную вероятность прямого рождения черной дыры на пылевой стадии:

$$\omega_{\text{ВН}} \geq \omega_s \cdot \omega_u \sim x^{13/2} \quad (2.11)$$

Прямой механизм образования первичных черных дыр эффективен в интервале масс $M_{\text{min}} < M < M_{\text{max}}$, где $M_{\text{min}} \sim M_{\text{Pl}} \frac{t_0}{t_{\text{Pl}}}$ определяется как масса, заключенная под космологическим горизонтом на момент начала пылевой стадии t_0 (t_{Pl} — Планковское время), а M_{max} определяется из условия, что амплитуда возмущения M , “выходящего из-под горизонта” с начальной амплитудой $\delta(M)$, достигает 1 по окончании пылевой стадии. Отсюда в данном интервале масс можно получить минимальную вероятность рождения первичной черной дыры, определенной амплитудой возмущения ее массы:

$$\omega_{\text{ВН}} \geq [\delta(M)]^{-3/2} \quad (2.12)$$

Такой механизм обеспечивает универсальную модельно независимую проверку для неоднородностей на пылевых стадиях в ранней Вселенной, он не зависит от формы нерелятивистской материи и периода ее доминантности. 

2.2 Образование первичных черных дыр в фазовых переходах первого рода

В процессе фазового перехода первого рода столкновение стенок пузырей может концентрирует кинетическую энергию стенок в пределах ее гравитационного радиуса, тем самым образуя первичные черные дыры [8], [9]. Например, это может быть скалярное поле с двумя невырожденными вакуумами, где вакуум с меньшей энергией является истинным, второй же является ложным.

На квантовом уровне ложный вакуум распадается, что приводит к появлению в нем пузырей истинного вакуума и их последующему расширению, а потенциальная энергия ложного вакуума переходит в кинетическую энергию стенок между ними. Такой пузырь будет расширяться, пока не столкнется с другим пузырем, и при одновременном столкновении стенок может родиться первичная черная дыра [8], [9]. Непосредственно после столкновения проникновение стенок сопровождается дополнительным увеличением потенциальной энергии [10]. Затем стенки отражаются и двигаются в обратном направлении в область истинного вакуума, их кинетическая энергия переходит обратно в потенциальную энергию ложного вакуума, а внешняя часть стенок все так же расширяется и поглощает ложный вакуум, и в какой-то момент центральная область ложного вакуума отделяется и образует обособленный мешок ложного вакуума. Схематично этот процесс показан на Рис. 2.1.

Как показано в [8], [11], дальнейшая эволюция этого мешка происходит следу-

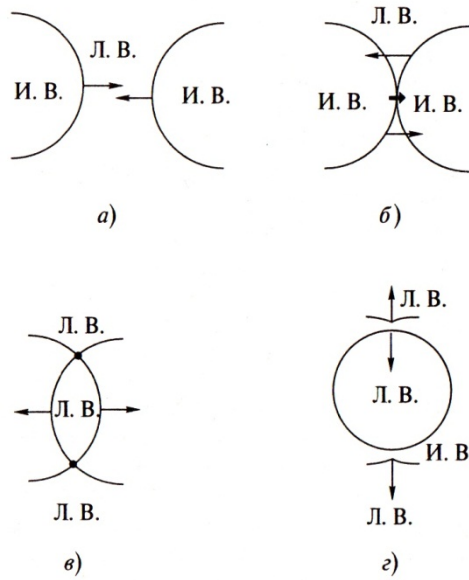


Рис. 2.1. Формирование мешка ложного вакуума при столкновении стенок двух пузырей.

ющим образом: он будет расти до тех пор, пока кинетическая энергия его стенок не сравняется с нулем, затем этот мешок стягивается до размера, сравнимого с толщиной стенки, затем снова расширяется. Так процессы сжатия и расширения сменяют друг друга, и мешок теряет свою энергию, которая переходит в энергию колебания скалярного поля. Число таких осцилляций является конечным [11].

Если же мешок сжимается под свой гравитационный радиус, то образуется черная дыра.

2.3 Образование первичных черных дыр при коллапсе замкнутых стеной

Рассмотрим скалярное поле $\varphi = r \cdot e^{i\theta}$, потенциал которого обладает $U(1)$ -симметрией и имеет вид:

$$V(\varphi) = \lambda_1(|\varphi|^2 - f^2/2)^2 + \delta V(\theta) \quad (2.13)$$

где $\delta V(\theta) = \lambda_2^4(1 - \cos \theta)$, f , λ_1 и λ_2 — некоторые параметры модели. Слагаемым $\delta V(\theta)$ можно пренебречь на стадии инфляции, оно дает существенный вклад то-


гда, когда $m_\theta = 2f^2/\lambda_2 \sim H$ [12], где H — постоянная Хаббла. В этом случае происходит явное нарушение симметрии и потенциал, описываемый (2.13), в конечном итоге имеет ряд вырожденных минимумов $\theta_{\min} = Z \cdot 2\pi$, где Z — целое число

В ходе инфляции будут образовываться причинно не связанные области с разными начальными фазами θ . Когда m_θ достигнет значения $\sim H$, в одних областях колебания поля φ будут происходить возле минимума потенциала V . Так, например, в области, где $\pi < \theta < 2\pi$ колебания будут происходить возле $\theta_{\min} = 2\pi$, в то время как фаза в окружающем эту область пространстве, как правило, стремится к $\theta_{\min} = 0$. Поскольку фаза меняется непрерывно, при движении из области с $\theta_{\min} = 0$ в область с $\theta_{\min} = 2\pi$ мы проходим значение $\theta_{\text{wall}} = \pi$, то есть должна существовать замкнутая поверхность, характеризующаяся таким значением, размер которой зависит от образования областей во время инфляции, а вот форма может быть любой. Поскольку здесь допускается решение вида кинка (см. [13] и ссылки в ней), образуется замкнутая стенка с $\theta_{\text{wall}} = \pi$, соответствующая перехода из вакуума $\theta_{\text{vac}} = 0$ в вакуум $\theta_{\text{vac}} = 2\pi$.

После инфляции границы областей, где $\theta_{\text{vac}} > 2\pi$, существенно превышает размер космологического горизонта. Стенки этих областей продолжают расширяться до тех пор, пока они не становятся причинно связанными, то есть когда размер стенок достигает размера горизонта. Внутреннее напряжение, возникающее в стенке после пересечения горизонта, инициирует процессы, которые стремятся свести поверхность стенки к минимуму. Энергия стенки пропорциональна ее площади в момент пересечения горизонта. При максимальном сжатии эта энергия практически полностью переходит в кинетическую [14]. Если стенка в какой-то момент локализуется под гравитационным радиусом, образуется первичная черная дыра, диапазон масс которой ограничен параметрами f и λ_2 [12]:

$$M_{\max} = \frac{M_{\text{Pl}}}{f} M_{\text{Pl}} \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{\lambda_2} \right)^2, \quad M_{\min} = f \left(\frac{M_{\text{Pl}}}{\lambda_2} \right)^2$$

3 Испарение первичных черных дыр и реионизация Вселенной

Классическая черная дыра — абсолютно поглощающий объект. Однако из квантовой механики мы знаем, что частица может “туннелировать” через потенциальный барьер, высота которого больше ее полной энергии, что делает излучение Хоукинга — процесс испускания различных элементарных частиц черными дырами, — возможным [15]. Этот процесс интерпретируется следующим образом: гравитационное поле черной дыры поляризует вакуум, в результате чего возможно образование не только виртуальных, но и реальных пар частица-античастица. Одна из частиц, оказавшаяся чуть ниже горизонта событий,  падает внутрь черной дыры, а другая, оказавшаяся чуть выше горизонта, улетает, унося ее энергию (то есть часть массы).

Излучению вблизи горизонта событий чёрной дыры можно сопоставить определённую температуру:


$$T_{\text{ВН}} = \frac{T_{\text{Пл}}}{8\pi} \frac{M_{\text{Пл}}}{M} \quad (3.1)$$

где $T_{\text{ВН}}$ — температура излучения черной дыры, $T_{\text{Пл}}$ — температура Планка. Скорость испарения первичной черной дыры дается выражением:

$$\frac{dM}{dt} \sim \frac{M_{\text{Пл}}^4}{M^2} \quad (3.2)$$

Отсюда легко получить время, за которое испарится первичная черная дыра с данной массой. Время испарения оказывается равно [15–17]:

$$t_e = 10^{-27} \text{с} \left(\frac{M}{1 \text{ г}} \right)^3 \quad (3.3)$$

Таким образом, первичные черные дыры, начальная масса которых не превышала 10^{15} г, к настоящему моменту испарились и не могут наблюдаться. 

Как уже было отмечено ранее, первичные черные дыры из-за излучения Хоукинга могли привести к реионизации Вселенной, имевшей место быть между 550 млн лет и 800 млн лет после Большого Взрыва.

В работах [2], [3] рассматриваются первичные черные дыры в диапазоне $10^{16} < M < 10^{17}$ грамм с их относительной плотностью в соответствии с верхним пределом [18], который может быть представлен в виде:

$$\Omega_{\text{РВН}} = \begin{cases} 0.25, & M > M_{\text{peak}} \\ 0.25 \left(\frac{M}{M_{\text{peak}}} \right)^{3.36}, & M < M_{\text{peak}} \end{cases} \quad (3.4)$$

где $M_{\text{peak}} = 0.78 \cdot 10^{17}$ грамм. Температура испарения для таких первичных черных дыр составляет $T_{\text{ВН}} \approx 0.1 \frac{10^{17} \text{ г}}{M} \text{ МэВ}$, средняя энергия испарения фотонов $\approx 6T_{\text{ВН}}$, средняя энергия испарения электронов и нейтрино $\approx 4T_{\text{ВН}}$ [18].

В рассматриваемом диапазоне температур испарения первичные черные дыры излучает гравитоны, фотоны, три вида нейтрино, электроны и позитроны.

Фотон от испарения с энергией в диапазоне $\omega \sim 0.5 \dots 5 \text{ МэВ}$ теряют энергию за счет комптоновского рассеяния, которое обеспечивает передачу энергии барионной материи, и красного смещения.

Электроны и позитроны от испарения первичной черной дыры должны терять энергию за счет рассеяния на фотонах космического микроволнового фонового (реликтового) излучения, ионизации и красного смещения. Эффекты взаимодействия с плазмой, которая имеет очень низкую плотность при рассматриваемых красных смещениях, в указанных работах не учтена. Потери на реликтовое излучение намного больше, чем ионизационные потери за большую часть интересующего периода. В конце этого периода (красное смещение $z \sim 10$) скорость ионизационных потерь приближается к таковым на “реликте”, но и те, и те становятся сопоставимыми со скоростью расширения. Скорость поглощения барионной материей энергии излучения первичной черной дыры в виде электронов и позитронов

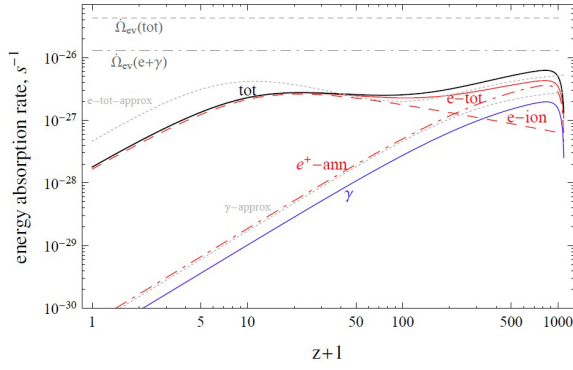


Рис. 3.1. Скорости поглощения энергии испарения от первичных черных дыр барионным веществом в зависимости от красного смещения.

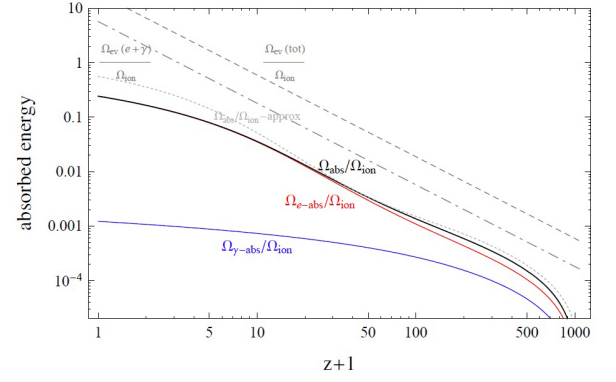


Рис. 3.2. Полная поглощенная энергия испарения веществом в единицах критической плотности энергии в зависимости от красного смещения.

тронов здесь определяется процессом ионизации.

Скорости поглощения барионной материей энергии от испарения первичных черных дыр приведены на Рис.3.1. Полная поглощенная энергия (в единицах критической плотности энергии), полученная интегрированием по времени скорости от раннего момента к моменту z , приведены на Рис. 3.2.

Как видно, ионизационные потери электронов и позитронов от испарения первичных черных дыр, подавляемые рассеянием на реликтовых фотонах и красным смещением, тем не менее, являются наиболее эффективным механизмом передачи энергии от излучения первичных черных дыр к барионной материи.

Полная энергия, поглощенная барионной материей к моменту $z \sim 5...10$, составляет 1...2 эВ на каждый атом. Этого было бы не достаточно для ионизации атома, если бы данная энергия приходилась не на каждый атом. Для рассмотрения эффекта в случае такого энерговыделения на каждый атом необходимо перейти к термодинамическому рассмотрению. Из первого начала термодинамики можно получить уравнение, определяющее степень ионизации вещества во Вселенной, которая приведена на Рис. 3.3.

Как видно, данная грубая оценка показывает, что первичные черные дыры с массами $3 \cdot 10^{16}...8 \cdot 10^{16}$ могли обеспечить реионизацию Вселенной.

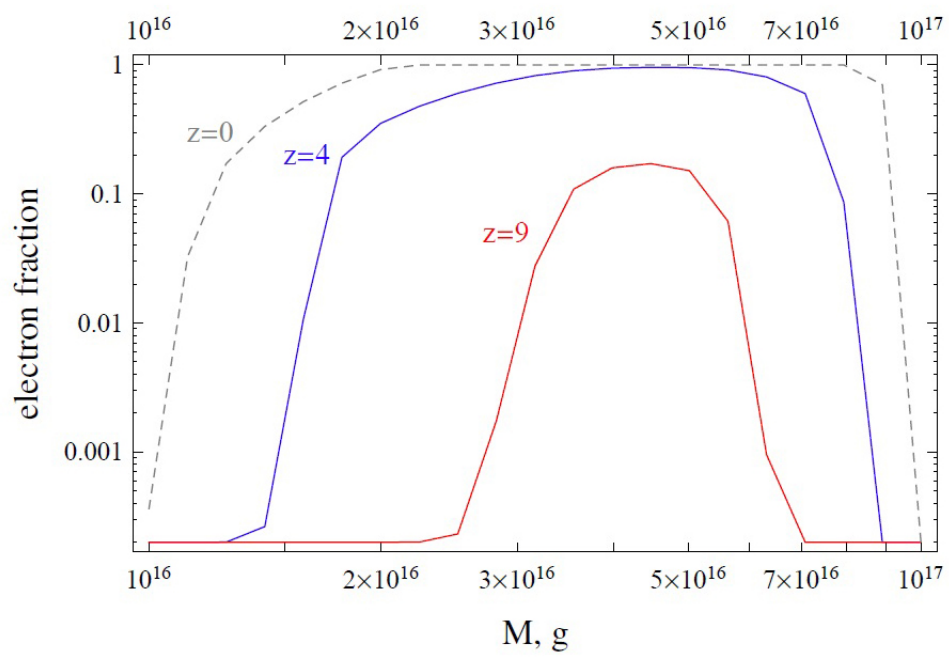


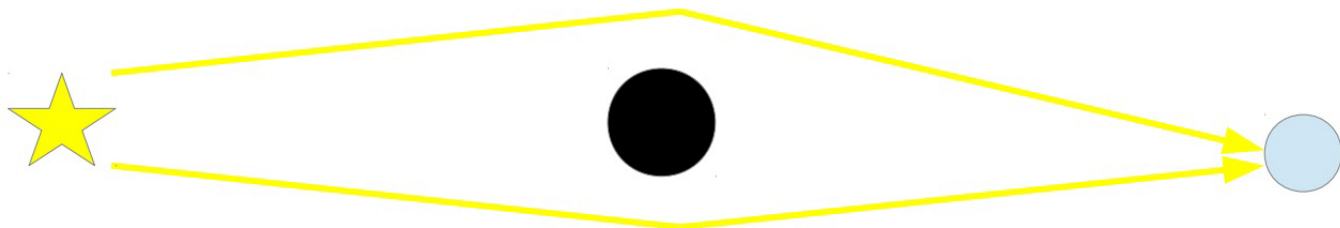
Рис. 3.3. Степень ионизации вещества в зависимости от массы первичных черных дыр при различных красных смещениях.

4 Ограничения на первичные черные дыры

Вполне очевидно, что присутствие первичных черных дыр во Вселенной может существенно влиять на динамику ее развития, таким образом, можно получить некоторые ограничения из наблюдательных данных. Одна часть таких ограничений связана с излучением Хоукинга, другая — с гравитационными эффектами.

Как уже было отмечено ранее, первичные дыры с $M < 10^{15}$ грамм за время жизни Вселенной должны были испариться, то есть, если они и были рождены в ранней Вселенной, к данному моменту они исчезли, в то время как более массивные черные дыры должны присутствовать. В основном считается, что испарение приводит к полному исчезновению первичных черных дыр [19], однако, существуют аргументы в пользу существования стабильных остатков испарения [20–24]. Если это так, то можно оценить современную плотность этих остатков, и такой анализ показывает, что данная теория плохо совместима с моделью образования первичных черных дыр из фазовых переходов первого рода [4].

Массивное тело может искривлять своим гравитационным полем направление распространения электромагнитного излучения, подобно тому, как искривляет световой луч обычная линза. Такие объекты называют гравитационными линзами. Схематично эффект линзирования выглядит так:



Первичная черная дыра, выступая в роли гравитационной линзы, создает два изображения, время задержки между которыми может быть оценено как $\tau \sim r_g/c$, и можно ожидать некоторые спектральные особенности, связанные с интерферен-

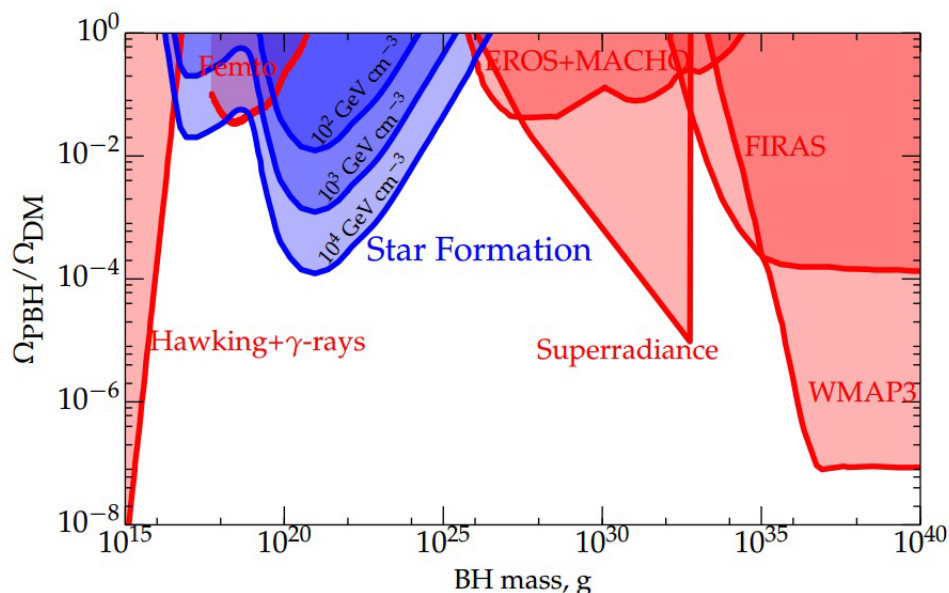



Рис. 4.1. Ограничение доли первичных черных дыр в долях скрытой массы. Закрашенные области являются исключенными. Синяя область соответствует ограничениям, полученным в [27], [28], красная — из прочих наблюдательных данных.

цией [25]. В работе [26] получено ограничение на первичные черные дыры с массами $5 \cdot 10^{17} \dots 10^{20}$ грамм из данных Fermi GMB.

Также оказывается возможным поставить некоторые ограничения из наблюдений эволюции звезд: черные дыры могут быть захвачены протозвездой, из-за динамического трения они могут упасть в центральную область звезды. Через некоторое время будет сформирован компактный объект (белый карлик или нейтронная звезда), и первичная черная дыра быстро поглотит его. Таким образом, наблюдая за нейтронными звездами и белыми карликами, удастся наложить ограничения на количество первичных черных дыр с определенными массами [27], [28].

Итоговая картина представлена на Рис. 4.1. Как видно, достаточно широкий спектр первичных черных дыр исключен. Однако, диапазон масс, обладая которыми, первичные черные дыры могли бы быть причиной реионизации Вселенной, практически не ограничен.

5 Заключение

Первичные черные дыры оказываются очень удобным способом исследования эволюции Вселенной. Их возможные массы, количество и механизмы образования хорошо проверяются  наблюдательными данными. Помимо этого, с помощью первичных черных дыр удастся объяснить некоторые явления, как то наступление эпохи реионизации, позитронные линии в центре галактики, наличие точечных гамма-источников, скрытая масса. В настоящее время эта тема является актуальной и интересной для дальнейшего изучения.

Литература

1. Stojkovic D., Freese K. and Starkman G.D. 2005 *Phys. Rev. D* **72** 045012
2. Belotsky K.M. *et al.* 2014 *Mod. Phys. Lett. A* **29** 1440005
3. Belotsky K.M. and Kirillov A.A. 2015 *JCAP* **01** 41
4. Хлопов М.Ю. “Основы космомикрoфизики” 2004 *Единоринал УРСС*
5. Suzuki H., Takasugi E. and Umetsu H. 1998 *Prog. Theor. Phys.* **100** 491
6. Debney G.C., Kerr R.P. and Schild A. 1969 *J. Math. Phys.* **10** 1842
7. Khlopov M.Yu. and Polnarev A.G. 1980 *Phys. Lett. B* **97** 383
8. Hawking S.W., Moss I.G. and Stewart J.M. 1982 *Phys. Rev. D* **26** 2681
9. Moss I.G. 1994 *Phys. Rev. D* **50** 676
10. Коноплич Р.В. 1980 *Ядерная физика* **32** 1132
11. Watkins R. and Widrow L.M. 1992 *Nucl. Phys. B* **374** 446
12. Khlopov M.Yu. 2010 *Res.Astron.Astrophys.* **10** 495
13. Vilenkin A. and Shellard E.P.S. “Cosmic Strings and other Topological Defects”
1994 *Cambridge University Press*
14. Rubin S.G. 1999 *Grav. Cosm.* **5** 127
15. Hawking S.W. 1975 *Comm. Math. Phys.* **43** 199
16. Hawking S.W. 1976 *Phys. Rev. D* **13** 191

17. Novikov I.D. *et al.* 1979 *Astron. Astrophys.* **80** 104
18. Carr B.J. *et al.* 2010 *Phys. Rev. D* **81** 104019
19. Hawking S.W. 1974 *Nature* **248** 30
20. Markov M.A. 1993 *Phys. Lett. A* **172** 331
21. Barrow J.D., Copeland E.J. and Liddle A.R. 1992 *Phys. Rev. D* **46** 465
22. Carr B.J., Gilbert J.H. and Lidsey J.E. 1994 *Phys. Rev. D* **50** 4853
23. Alexeyev S.O., Pomazanov M.V. 1997 *Phys. Rev. D* **55** 2110
24. Dymnikova I.G. 1996 *Int. J. Mod. Phys. D* **5** 4529
25. Gould A. 1992 *ApJ* **386** L5
26. Barnacka A., Glicenstein J.-F. and Moderski R. 2012 *Phys. Rev. D* **86** 043001
27. Capela F., Pshirkov M. and Tinyakov P. 2013 *Phys. Rev. D* **87** 023507
28. Capela F., Pshirkov M. and Tinyakov P. 2014 *Phys. Rev. D* **90** 083507