

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»
(НИЯУ МИФИ)

ИНСТИТУТ ЯДЕРНОЙ ФИЗИКИ И ТЕХНОЛОГИЙ
КАФЕДРА №40 «ФИЗИКА ЭЛЕМЕНТАРНЫХ ЧАСТИЦ»

УДК 531.3, 539.1.05

**ПОЯСНИТЕЛЬНАЯ ЗАПИСКА
К БАКАЛАВРСКОЙ ДИПЛОМНОЙ РАБОТЕ
"ПРОЯВЛЕНИЕ АКСИОНОПОДОБНЫХ МОДЕЛЕЙ"**

Студент

_____ Э. М. Ульмаскулов

Научный руководитель,
проф., д.ф.-м.н.

_____ М. Ю. Хлопов

Москва 2023

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА БАКАЛАВРА

НАЗВАНИЕ РАБОТЫ

Студент _____ Э. М. Ульмаскулов

Научный руководитель,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Ю. Хлопов

Рецензент,
д.ф.-м.н., доц. _____ Ю. Н. Ерошенко

Секретарь ГЭК,
к.ф.-м.н. _____ А. А. Кириллов

Зав. каф. №40,
д.ф.-м.н., проф. _____ М. Д. Скорохватов

Содержание

Введение	4
1 Теория инфляции	6
1.1 Инфлатон	6
1.2 Аксион	8
1.3 Первичные возмущения	8
2 Рассматриваемая модель	10
2.0.1 Цель работы	10
2.0.2 Потенциал поля	10
2.1 Анализ возмущений скалярной плотности и тензорных возмущений	12
2.1.1 Характеристики модели	12
2.1.2 Анализ полученных свойств в зависимости от параметра модели	15
Список использованных источников	24

Введение

Инфляционная теория — один из главных кандидатов на роль теории, описывающей эволюцию ранней Вселенной. Она предполагает, что во время $\approx 10^{-36}$ с после Большого взрыва Вселенная претерпела короткий период экспоненциального расширения, в котором ее масштаб увеличился в 40–60 e-folds. [5]

Модель горячего Большого Взрыва, используемая для описания Вселенной, имеет некоторые трудности. Они заключаются в несогласованности определённых теоретических предсказаний с наблюдаемыми: например проблема космологического горизонта или проблема магнитных монополей; а также необходимость задать определенные начальные условия для космологической эволюции, которые имеют определенный и специфический вид: например весьма большое $\sim 10^{88}$ значение энтропии видимой вселенной или существование начальных возмущений плотности $\frac{\delta\rho}{\rho} \sim 10^{-5}$. Более подробное описание этих проблем можно найти в [2], [6] и [7].

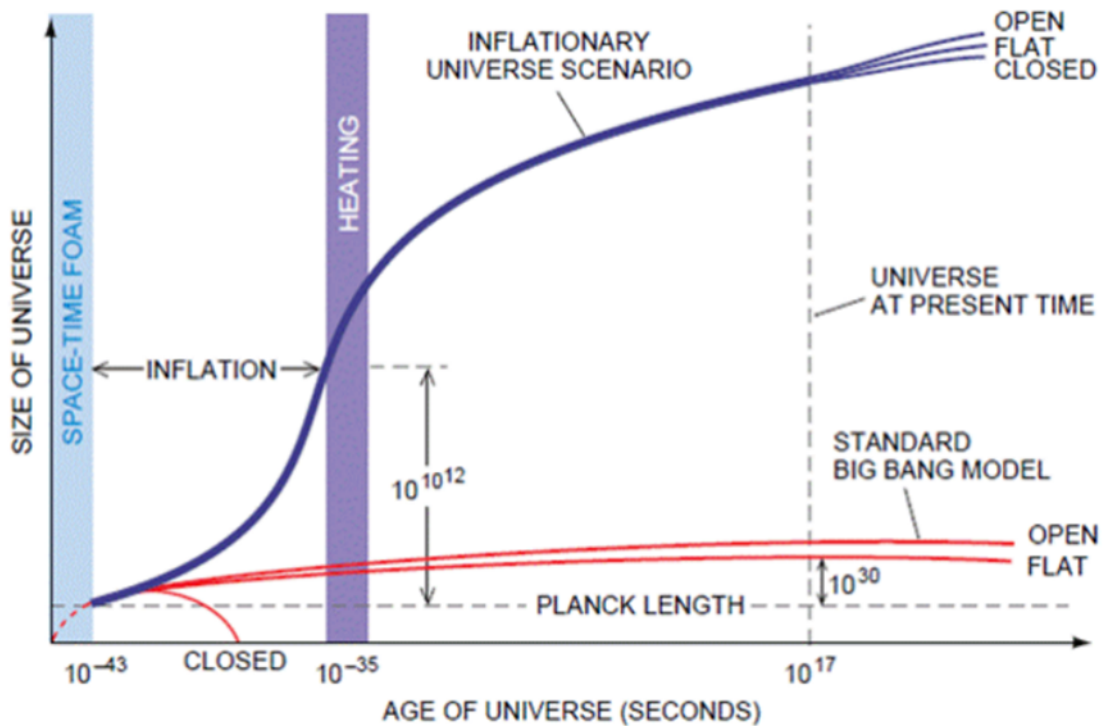


Рис. 1: Иллюстрация моделей эволюции Вселенной

В инфляционной теории находятся решения этих проблем. Согласно данной теории, Вселенную, на начальном этапе своего развития, сопровождала стадия экспоненциального расширения. В результате это также является объяснением однородности, изотропии и плоскостности наблюдаемой Вселенной.

Для реализации экспоненциального расширения, необходимо условие на плотность энергии во Вселенной - она должна слабо зависеть от времени. Плотность энергии для материи и для излучения таким условиям не удовлетворяют (для обоих случаев $\rho \sim t^{-2}$). Поэтому для описания инфляции вводится новое поле.

Глава 1

Теория инфляции

1.1 Инфлатон

В качестве гипотетического поля, благодаря которому происходит инфляция, вводится скалярное поле, называемое инфлатоном. Действие для такого поля записывается как[7]:

$$S = \int d^4x \sqrt{-g} \left(\frac{1}{2} g^{\mu\nu} \partial_\mu \phi \partial_\nu \phi - V(\phi) \right) \quad (1.1)$$

Считаем, что Вселенная пространственно-плоская, и соответствует метрике:

$$ds^2 = dt^2 - a^2(t) dx^2 \quad \text{где } a(t) \text{ - заданная функция времени} \quad (1.2)$$

Тогда варьирование действия по полю ϕ , получаем уравнение Эйлера — Лагранжа:

$$\ddot{\phi} + 3H\dot{\phi} = -\frac{\partial V}{\partial \phi} \quad (1.3)$$

Это уравнение можно проинтерпретировать как скатывание частицы в потенциале $V(\phi)$, которому противодействует трение $\sim H\dot{\phi}$. Условием медленного скатывания будет являться

$$H\dot{\phi} \sim V' \quad (1.4)$$

За время H^{-1} значение поля изменяется на :

$$\delta\phi \sim \dot{\phi} H^{-1} \sim \frac{V'}{H^2} \ll \phi$$

Получаем условие $\frac{V'}{\phi} \ll H^2$

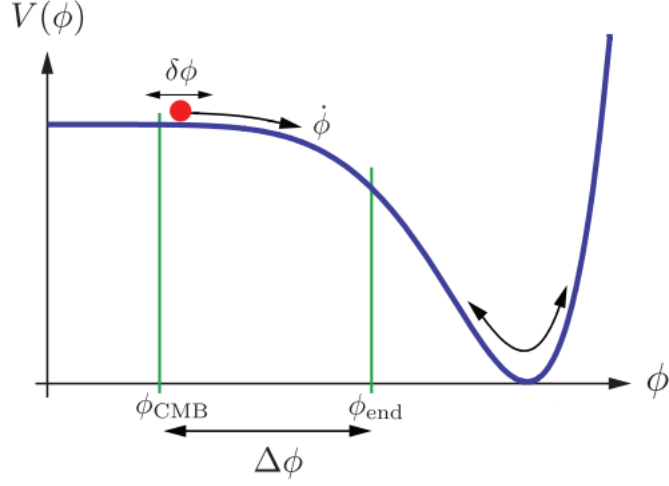


Рис. 1.1: Пример потенциала инфлатона

Для степенного потенциала с учетом последних 2-х неравенств получим условие:

$$\left(\dot{\phi}\right)^2 \ll V(\phi) \quad (1.5)$$

Для такого поля плотность энергии и давления имеют вид:

$$\begin{aligned} \rho &= \frac{1}{2} \left(\dot{\phi}\right)^2 + V(\phi) \\ p &= \frac{1}{2} \left(\dot{\phi}\right)^2 - V(\phi) \end{aligned} \quad (1.6)$$

И с учетом условия 1.5, получается уравнение состояния: В качестве 2-го уравнения для описания системы возьмем 1-е уравнение Фридмана (с учетом плоской Вселенной):

$$H^2 = \frac{8\pi\rho}{3M_{pl}^2} = \frac{8\pi}{3M_{pl}^2} \left(\frac{1}{2} \left(\dot{\phi}\right)^2 + V(\phi) \right) \quad (1.7)$$

Тогда используя уравнения 1.3, 1.7, 1.5, получим ограничения на потенциал скалярного поля:

$$\begin{aligned} \epsilon_V &= \frac{M_{pl}^2}{16\pi} \left(\frac{V'}{V} \right)^2 \ll 1 \\ \eta &= \frac{M_{pl}^2}{8\pi} \frac{V''}{V} \ll 1 \end{aligned} \quad (1.8)$$

где ϵ и η называют параметрами медленного скатывания.

1.2 Аксион

В лагранжиане стандартной модели появляется , так называемое, θ слагаемое (обусловленное инстантонными эффектами и квантовых эффектов, обусловленных кварками):

$$\Delta L = \frac{\alpha_s}{8\pi} \theta G_{\mu\nu} \tilde{G}_{\mu\nu} \quad (1.9)$$

Этот вклад в лагранжиан является инвариантным относительно калибровочной группы стандартной модели, однако он нарушает CP-симметрию (в общем случае величина параметра может быть порядка единицы). Одно из нетривиальных следствий является оценка электрического дипольного момента нейтрона:

$$d_n \sim \theta \cdot 10^{-16} \cdot e \cdot \text{см} \quad (1.10)$$

На данный момент существующие данные позволяют установить верхний предел на эту величину:

$$d_n \lesssim 3 \cdot 10^{-26} \cdot e \cdot \text{см} \quad (1.11)$$

Соответственно появляется ограничение на θ :

$$|\theta| \lesssim 0.3 \cdot 10^{-9}$$

Необходимость объяснить столь малую величину параметра θ называется проблемой сильного CP-нарушения. Новое поле - аксион, является решением этой проблемы.

Идея аксиона, в следствии особенностей потенциала нового поля, находит возможность физического обоснования в моделях, где он является инфлатоном. Такие модели являются аксионоподобными.

1.3 Первичные возмущения

Свойства, которыми обладают первичные скалярные возмущения, хорошо изучены и проверены экспериментально. Однако тензорные возмущения, которые являются первичными гравитационными волнами, до сих пор не наблюдались, и в данный момент их характеристики основаны только на теоретическом представлении. Для описания возмущений используют спектр мощности. Для скалярных возмущений он выглядит следующим образом:

$$P_s = A_s \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_s - 1 + \frac{d n_s}{d \ln k} \ln \left(\frac{k}{k_*} \right)} \quad (1.12)$$

Где A_s является амплитудой спектра, k - конформным импульсом, $k_* = aH$, а показатель определяет наклон спектра.

Спектр мощности гравитационных волн же с хорошей точностью является степенным и задается формулой:

$$P_t = A_t \left(\frac{k}{k_*} \right)^{n_t} \quad (1.13)$$

Чтобы связать тензорный и скалярный спектры используют характеристику r , равную

$$r = \frac{A_t}{A_s} \quad (1.14)$$

Величины r , n_s , и n_t можно вычислить через параметры медленного скачивания[2].

Глава 2

Рассматриваемая модель

2.0.1 Цель работы

Целью работы является рассмотрение модели, где аксион относится к скрытому сектору физики элементарных частиц. В данной модели он выполняет роль инфлатона, обеспечивающего инфляцию. В скрытом секторе присутствуют аналоги u и d кварков, которые не имеют зарядов, характерных u и d кваркам стандартной модели.

2.0.2 Потенциал поля

Рассмотрим потенциал данного поля[4]:

$$V(a) = -m_\pi^2 f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} \sin^2 \left(\frac{a}{2f_a} \right)} \quad (2.1)$$

где m_u - Массы u и d кварков
 m_d - скрытого сектора
соответственно

m_π -
 f_π - Параметры пионного поля

Переход к обычному аксиону осуществляется при условии $m_u \ll m_d$,

а именно:

$$\begin{aligned}
V(a) &= -m_\pi^2 f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u m_d}{(m_u + m_d)^2} \sin^2 \left(\frac{a}{2f_a} \right)} = \\
&= -m_\pi^2 f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u}{m_d \left(\frac{m_u}{m_d} + 1 \right)^2} \sin^2 \left(\frac{a}{2f_a} \right)} = \\
||\text{Разложим } \frac{m_u}{m_d \left(\frac{m_u}{m_d} + 1 \right)^2} \text{ По малому параметру } \frac{m_u}{m_d} \text{ до первого порядка}|| \\
&= -m_\pi^2 f_\pi^2 \sqrt{1 - \left(\frac{m_u}{m_d} - 2 \left(\frac{m_u}{m_d} \right)^2 \right) \sin^2 \left(\frac{a}{2f_a} \right)} = \\
||\text{Вторым слагаемым в скобках пренебрежем по 2-му порядку малости}|| \\
&= -m_\pi^2 f_\pi^2 \sqrt{1 - \frac{4m_u}{m_d} \sin^2 \left(\frac{a}{2f_a} \right)} = \\
||\text{Разложим корень до 1-го порядка}|| = \\
&= -m_\pi^2 f_\pi^2 \left(1 - 2 \frac{m_u}{m_d} \sin^2 \left(\frac{a}{2f_a} \right) \right) = m_\pi^2 f_\pi^2 \left(-1 + \frac{m_u}{m_d} \left(1 - \cos \left(\frac{a}{f_a} \right) \right) \right) = \\
&= m_\pi^2 f_\pi^2 \left(-1 + \frac{m_u}{m_d} - \frac{m_u}{m_d} \cos \left(\frac{a}{f_a} \right) \right) = -m_\pi^2 f_\pi^2 + m_\pi^2 f_\pi^2 \frac{m_u}{m_d} \left(1 - \cos \left(\frac{a}{f_a} \right) \right) = \\
&= C + \Lambda \left(1 - \cos \left(\frac{a}{f_a} \right) \right)
\end{aligned}$$

Возвращаясь к нашему потенциалу, переопределим (для удобства) аргументы:

$$V(a) \longrightarrow \frac{V(a)}{m_\pi^2 f_\pi^2} = \tilde{V}(a), \quad a \longrightarrow \frac{a}{2f_a} = \tilde{a}, \quad R = \frac{m_u}{m_d}$$

тогда наш потенциал преобразуется следующим образом:

$$\tilde{V}(\tilde{a}) = -\sqrt{1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2(\tilde{a})} \quad (2.2)$$

2.1 Анализ возмущений скалярной плотности и тензорных возмущений

2.1.1 Характеристики модели

Инфляционные модели предсказывают генерацию скалярных возмущений в ранней Вселенной, а также существование фона первичных гравитационных волн (ПГВ). Величина этих ПГВ может быть параметризована тензорно-скалярным отношением r .

$$n_s = 1 - 6\epsilon + 2\eta$$

$$r = 16\epsilon$$

где:

$$\epsilon = \frac{M_p^2}{2} \left(\frac{V_a(a)}{V(a)} \right)^2 = \frac{M_p^2}{2} \left(\frac{1}{2f_a} \right)^2 \left(\frac{\tilde{V}_a(\tilde{a})}{\tilde{V}(\tilde{a})} \right)^2 < 1 \quad (2.3)$$
$$\eta = M_p^2 \frac{V_{aa}}{V} = M_p^2 \left(\frac{1}{2f_a} \right)^2 \frac{\tilde{V}_{\tilde{a}\tilde{a}}}{\tilde{V}}$$

Таким образом, основной задачей для оценки ПГВ и скалярных возмущений является вычисление производных от потенциала поля. Вычислим 1-ю производную:

$$\tilde{V}_a = \frac{2R}{(R+1)^2} \frac{\sin(2\tilde{a})}{\sqrt{1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}}}$$

Вычислим 2-ю производную:

$$\begin{aligned}
\tilde{V}_{\tilde{a}\tilde{a}} &= \frac{2R}{(R+1)^2} \frac{2\cos(2\tilde{a}) \sqrt{- - // - -} + \frac{2R}{(R+1)^2} \frac{\sin(2\tilde{a}) \sin(2\tilde{a})}{\sqrt{- - // - -}}}{1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}} = \\
&= \frac{2R}{(R+1)^2} \frac{2\cos(2\tilde{a}) - \frac{8R}{(R+1)^2} \cos(2\tilde{a}) \sin^2 \tilde{a} + \frac{2R}{(R+1)^2} \sin^2(2\tilde{a})}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} = \\
&= \frac{2R}{(R+1)^2} \frac{2\cos(2\tilde{a}) - \frac{4R}{(R+1)^2} \left(2\cos(2\tilde{a}) \sin^2 \tilde{a} + \frac{1}{2} \sin^2(2\tilde{a})\right)}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} = \\
&= \frac{2R}{(R+1)^2} \frac{2\cos(2\tilde{a}) - \frac{4R}{(R+1)^2} \left(\cos(2\tilde{a}) - \cos^2(2\tilde{a}) + \frac{1}{2} \sin^2(2\tilde{a})\right)}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}} = \\
&= \frac{2R}{(R+1)^2} \frac{2\cos(2\tilde{a}) + \frac{2R}{(R+1)^2} (1 - \cos(2\tilde{a}))^2}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}\right)^{\frac{3}{2}}}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
N(a) &= \int_{a_{end}}^a \frac{d(a')}{\sqrt{2\epsilon}} = \frac{(R+1)^2}{R} \frac{f_a}{M_{pl}} \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{da}{\sin 2a} \left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 a\right) = \\
&= \frac{(R+1)^2}{R} \frac{f_a}{M_{pl}} \left(\int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{da}{\sin 2a} - \frac{4R}{(R+1)^2} \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{\sin^2 a}{\sin 2a} da \right)
\end{aligned}$$

Для удобства вычисления, обозначим первое слагаемое за А, второе за В, а внешний множитель за N_0 . Тогда получим уравнение:

$$N(\tilde{a}) = N_0 (A(\tilde{a}) - B(\tilde{a})) \quad (2.4)$$

Теперь вычислим интегралы А и В:

$$\begin{aligned}
A &= \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{da}{\sin 2a} = \frac{1}{2} \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{da}{\sin a \cos a} = \frac{1}{2} \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{\sin^2 a + \cos^2 a}{\sin a \cos a} da = \\
&= \frac{1}{2} \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \left(\frac{\sin a}{\cos a} + \frac{\cos a}{\sin a} \right) da = \frac{1}{2} \left(\ln \frac{\sin \tilde{a}}{\sin \tilde{a}_{end}} - \ln \frac{\cos \tilde{a}}{\cos \tilde{a}_{end}} \right)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
B &= \frac{4R}{(R+1)^2} \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{\sin^2 a}{\sin 2a} da = \\
&\left\| \text{Определим коэффиценты как } B_0 = \frac{4R}{(R+1)^2}; N_0 = \frac{4f_a}{B_0 M_{pl}} \right\| \\
&= B_0 \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{\sin^2 a}{2 \sin a \cos a} da = \frac{B_0}{2} \int_{\tilde{a}_{end}}^{\tilde{a}} \frac{\sin a}{\cos a} da = \left(-\frac{B_0}{2} \right) \ln \frac{\cos \tilde{a}}{\cos \tilde{a}_{end}}
\end{aligned}$$

Подставим полученные интегралы в формулу (2.4):

$$\begin{aligned}
N(\tilde{a}) &= N_0 \left[\frac{1}{2} \left(\ln \frac{\sin \tilde{a}}{\sin \tilde{a}_{end}} - \ln \frac{\cos \tilde{a}}{\cos \tilde{a}_{end}} \right) + \left(\frac{B_0}{2} \right) \ln \frac{\cos \tilde{a}}{\cos \tilde{a}_{end}} \right] = \\
&= \frac{N_0}{2} \left(\ln \frac{\sin \tilde{a}}{\sin \tilde{a}_{end}} - (1 - B_0) \ln \frac{\cos \tilde{a}}{\cos \tilde{a}_{end}} \right) = \frac{N_0}{4} \left(\ln \frac{\sin^2 \tilde{a}}{\sin^2 \tilde{a}_{end}} - (1 - B_0) \ln \frac{\cos^2 \tilde{a}}{\cos^2 \tilde{a}_{end}} \right) \\
&= \frac{N_0}{4} \left(\ln \frac{\sin^2 \tilde{a}}{\sin^2 \tilde{a}_{end}} + \ln \frac{\cos^{2(B_0-1)} \tilde{a}}{\cos^{2(B_0-1)} \tilde{a}_{end}} \right) = \frac{N_0}{4} \ln \frac{\sin^2 \tilde{a} \cos^{2(B_0-1)} \tilde{a}}{\sin^2 \tilde{a}_{end} \cos^{2(B_0-1)} \tilde{a}_{end}} = \\
&= \frac{N_0}{4} \ln \frac{\sin^2 \tilde{a}}{\sin^2 \tilde{a}_{end}} \frac{(1 - \sin^2 \tilde{a})^{B_0-1}}{(1 - \sin^2 \tilde{a}_{end})^{B_0-1}} = \frac{f_a}{B_0 M_{pl}} \ln \frac{\sin^2 \tilde{a}}{\sin^2 \tilde{a}_{end}} \frac{(1 - \sin^2 \tilde{a})^{B_0-1}}{(1 - \sin^2 \tilde{a}_{end})^{B_0-1}}
\end{aligned} \tag{2.5}$$

Флуктуации реликтового излучения создаются примерно в 60 e-folds до окончания инфляции[2]. Тогда

$$N_{tot} = \frac{N_0}{4} \ln \frac{\sin^2 \tilde{a}_{cmd}}{\sin^2 \tilde{a}_{end}} \frac{(1 - \sin^2 \tilde{a}_{cmd})^{B_0-1}}{(1 - \sin^2 \tilde{a}_{end})^{B_0-1}} \approx 50 \div 60 \tag{2.6}$$

Получаем систему уравнений:

Условие окончания инфляции, получаем уравнение на \tilde{a}_{end} [2]:

$$\begin{aligned}
\epsilon(\tilde{a}_{end}) = 1 &= \frac{M_{pl}^2}{2f_a^2} \frac{R^2}{(R+1)^4} \frac{\sin^2 2\tilde{a}_{end}}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}_{end}\right)^2} = \frac{1}{2N_0^2} \frac{\sin^2 2\tilde{a}_{end}}{(1 - B_0 \sin^2 \tilde{a}_{end})^2} = \\
&= \left| \left| \text{Переопределим аргумент: } \sin^2 \tilde{a}_{end} = u \right| \right| = \\
&= \frac{1}{2N_0^2} \frac{4u(1-u)}{(1 - B_0 u)^2} \tag{2.7}
\end{aligned}$$

$$\begin{cases} n_s|_{cmb} = 1 - 6\epsilon_{cmb} + 2\eta_{cmb} \\ r_{cmb} = 16\epsilon_{cmb} \\ \frac{N_0}{4} \ln \frac{\sin^2 \tilde{a}_{cmd}}{\sin^2 \tilde{a}_{end}} \frac{(1 - \sin^2 \tilde{a}_{cmd})^{B_0-1}}{(1 - \sin^2 \tilde{a}_{end})^{B_0-1}} \approx 60 \\ \frac{M_{pl}^2}{2f_a^2} \frac{R^2}{(R+1)^4} \frac{\sin^2 2\tilde{a}_{end}}{\left(1 - \frac{4R}{(R+1)^2} \sin^2 \tilde{a}_{end}\right)^2} = 1 \end{cases}$$

2.1.2 Анализ полученных свойств в зависимости от параметра модели

Решая последнее уравнение системы для u (переобозначили квадрат синуса) получается следующим:

$$\begin{aligned}
 2N_0^2 - 2N_0^2 B_0 u + N_0^2 (B_0 u)^2 &= 4u - 4u^2 \\
 u^2 (N_0^2 B_0^2 + 4) - 2(N_0^2 B_0 + 2)u + 2N_0^2 &= 0 \\
 \text{Решение уравнения следующее:} & \\
 u = \frac{N_0^2 B_0 + 2 \pm \sqrt{(N_0^2 B_0 + 2)^2 - (N_0^2 B_0^2 + 4)2N_0^2}}{N_0^2 B_0^2 + 4} & \quad (2.8)
 \end{aligned}$$

Также получаем ограничение на параметр R для того, чтобы система уравнений имела решение:

$$\begin{aligned}
 (N_0^2 B_0 + 2)^2 - (N_0^2 B_0^2 + 4)N_0^2 &\geq 0 \\
 N_0^2 B_0 + 2 &\geq N_0 \sqrt{N_0^2 B_0^2 + 4} \\
 \left(\frac{4\sqrt{2}f_a}{M_{pl}} \right)^2 \frac{1}{B_0} + 2 &\geq \frac{4\sqrt{2}f_a}{B_0 M_{pl}} \sqrt{\left(\frac{4\sqrt{2}f_a}{M_{pl}} \right)^2 + 4} \\
 B_0 = \frac{4R}{(R+1)^2} &\geq \frac{2\sqrt{2}f_a}{M_{pl}} \left(\sqrt{\left(\left(\frac{4\sqrt{2}f_a}{M_{pl}} \right)^2 + 4 \right)} - \frac{4\sqrt{2}f_a}{M_{pl}} \right)
 \end{aligned} \quad (2.9)$$

Далее из 3-го уравнения системы получены значения поля, соответствующие началу инфляционной стадии. По соответствующим данным посчитан спектральный индекс и тензорно-скалярное отношение.

В данной модели f_a является свободным параметром модели, поэтому может принимать любые значения. Соответственно произведены вычисления для различных значений f_a , взятых в единицах массы планка M_{pl} .

Для значений f_a меньших M_{pl} условие (2.7) выполняется для значений поля, не больших $1.5 f_a$. Здесь и далее значения поля даны в единицах массы Планка. С уменьшением f_a , значение поля, удовлетворяющее (2.7) будет уменьшаться из-за того в знаменателе стоит квадрат f_a . Это продемонстрировано на Рис.2.2. Тогда для таких значений параметра f_a значения спектрального индекса n_s получаются положительными только при малых R , но при таких R может не выполняться условие окончания инфляции: рис.2.1.

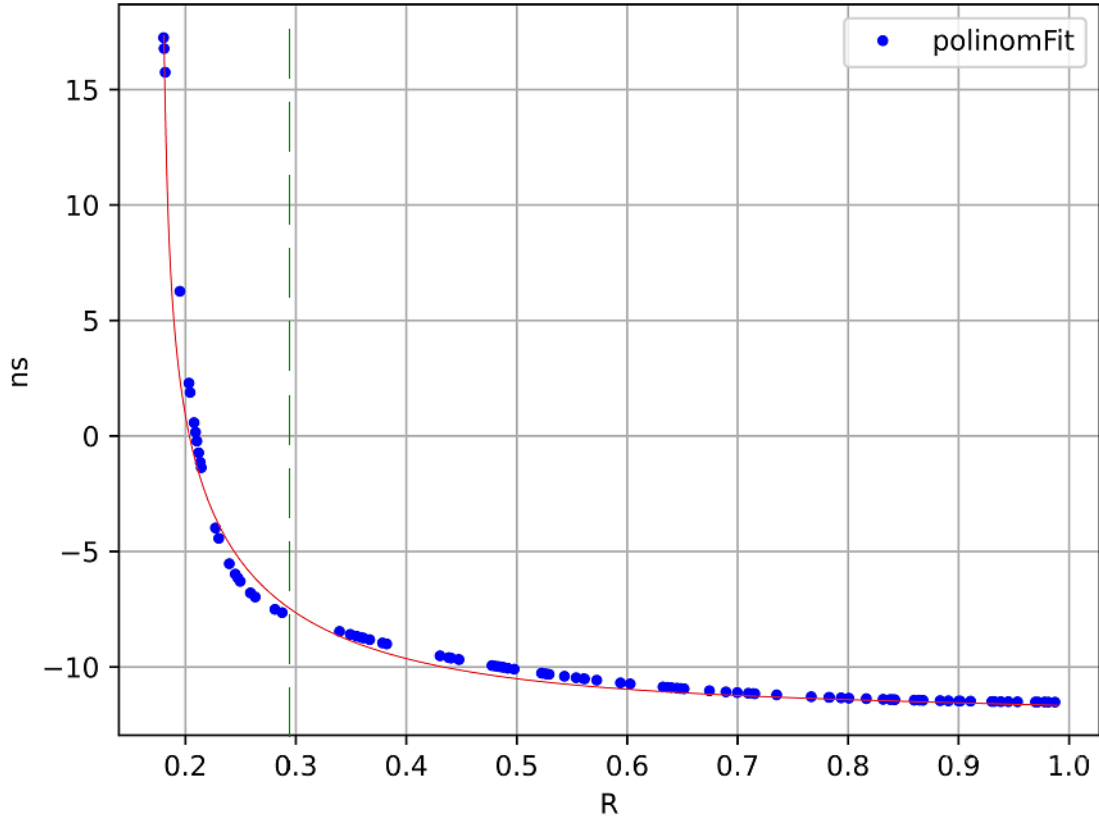
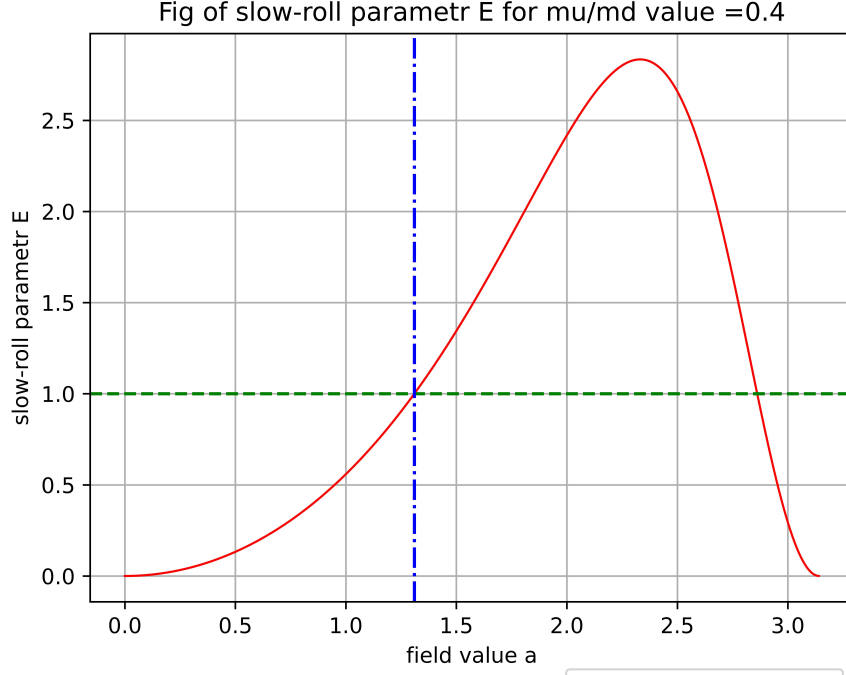
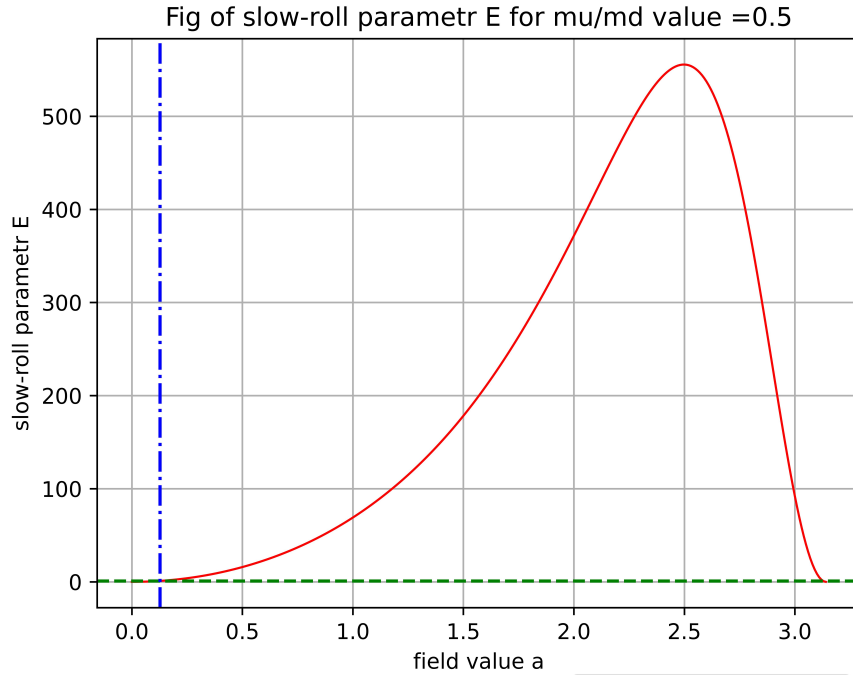


Рис. 2.1: Расчет для $f_a = 0.3 M_{pl}$. Зеленой линией обозначена граница для значений R , ниже которой не выполняется уравнение (2.7).

Это обусловлено тем, что выражение с синусом в знаменателе рассматриваемого равенства становится сравнимым с единицей, и все выражение может равняться единице только при выборе значений f_a меньшими по сравнению с M_{pl} более чем на 2 порядка.



(a) Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 0.2 M_{pl}$.



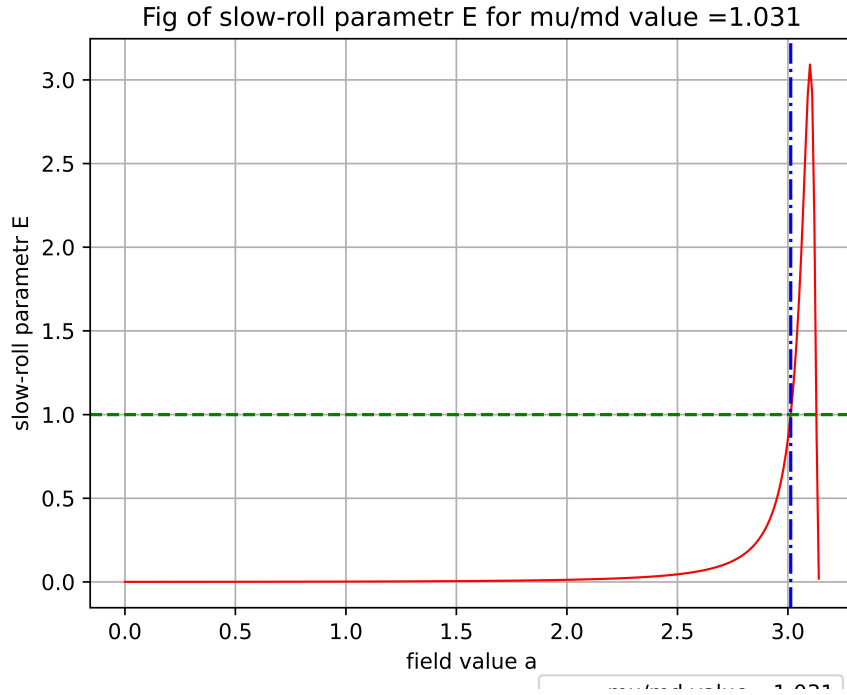
(b) Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 0.02 M_{pl}$.

Рис. 2.2: Зеленой и синей линиями обозначены условие окончания инфляции и значение, при котором происходит завершение инфляции соответственно.

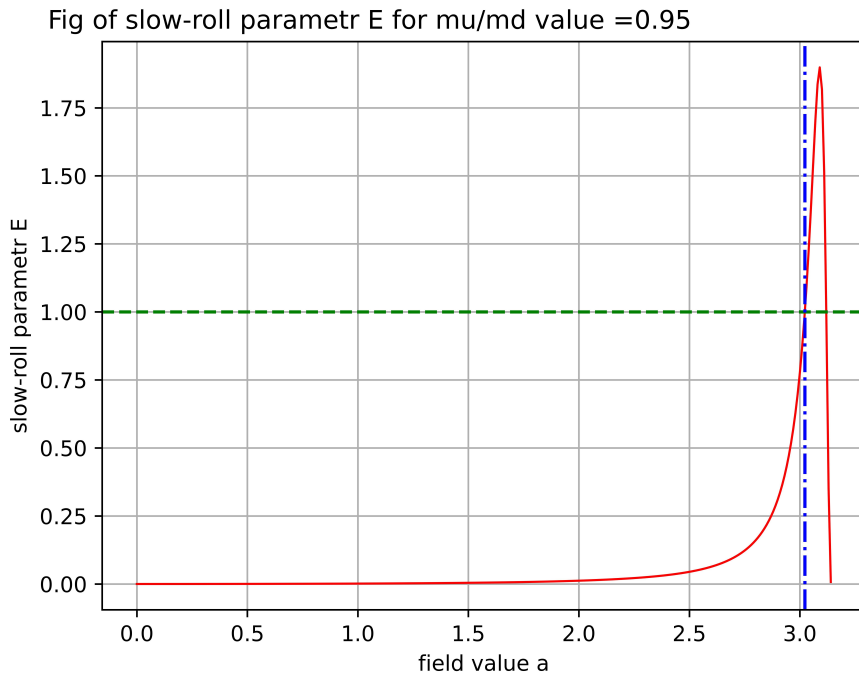
Но такое решение вызывает чрезвычайно большие трудности с нахождением результата a_{cmd} в выражении (2.6), т.к. это выражение дается логарифмической зависимостью: приходится иметь дело с числами e^{6000} и более. Соответственно такие значения дальше не рассматриваются.

Для значений f_a больших M_{pl} условие (2.7) выполняется только для R

близких к единице, т.к. в таком случае выражение с синусом в знаменателе становится близким к нулю. При других R , условие (2.7) не выполняется, т.к. в знаменателе стоит квадрат f_a . Значения поля, при котором происходит завершение процесса инфляции, сравнимо с 3: рис.2.3a рис.2.3b. Экспериментальное значение спектрального индекса [3] [1]: $n_s = 0.9626 \pm 0.0057$. Рассчитанные значения приведены на рис 2.4, откуда можно сделать вы-



(a) Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 5 M_{pl}$.



(b) Параметр медленного скатывания ϵ для $f_a = 5 M_{pl}$.

вод, что они совпадают с экспериментальным значением в пределах погрешности последнего. Тензорно-скалярное отношение, соответствующее

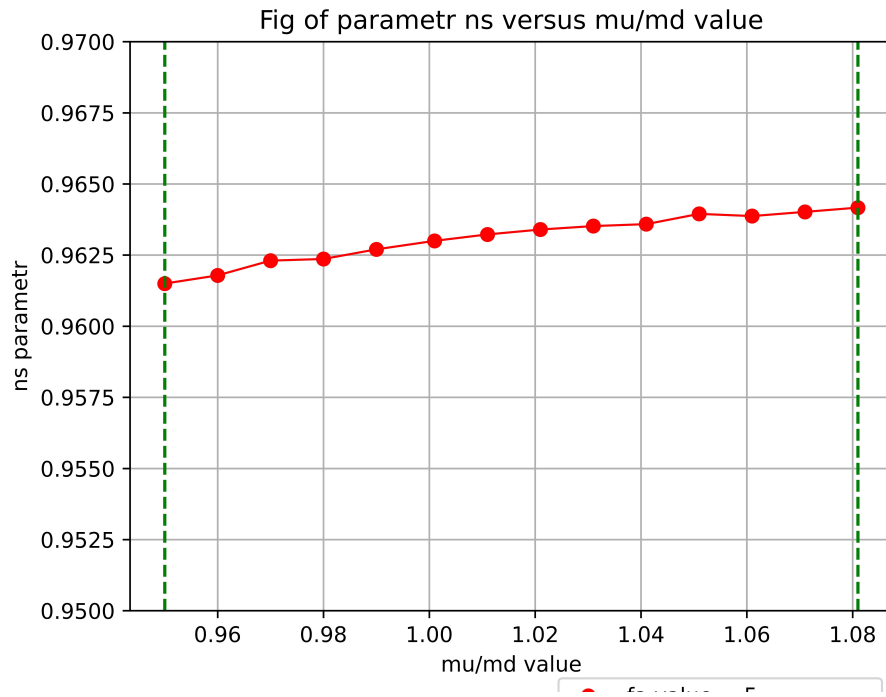


Рис. 2.4: Значения n_s , полученные для $f_a = 5$. Зелеными прямыми обозначены границы значений, при которых выполняется условие (2.7)

этим результатам, получается следующим:

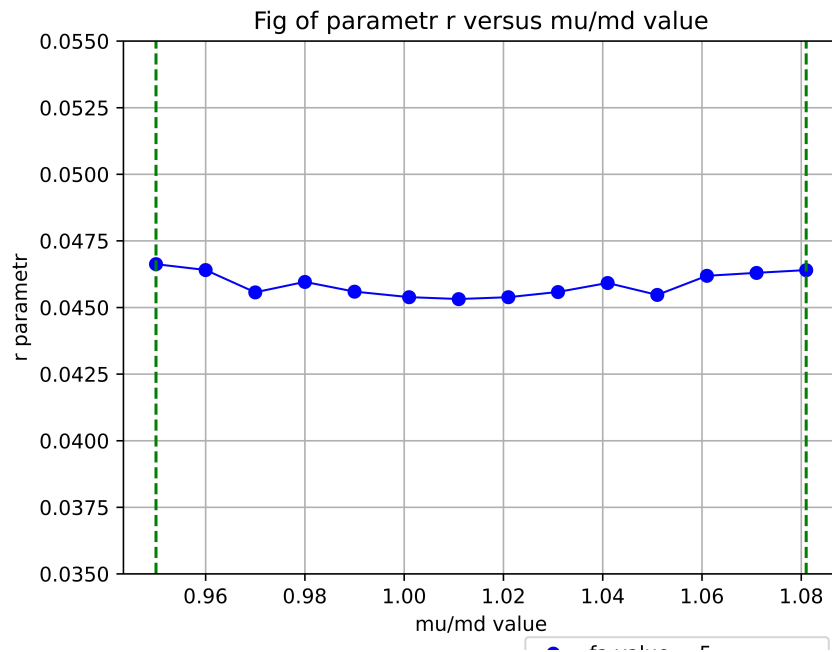


Рис. 2.5: Значения r , полученные для $f_a = 5$. Зелеными прямыми обозначены границы значений, при которых выполняется условие (2.7)

Полученные значения спектрального индекса для спектра тензорных возмущений приведены на рис.2.6, что говорит о том, что спектр является "красным т.е. растущим в сторону больших длин волн.

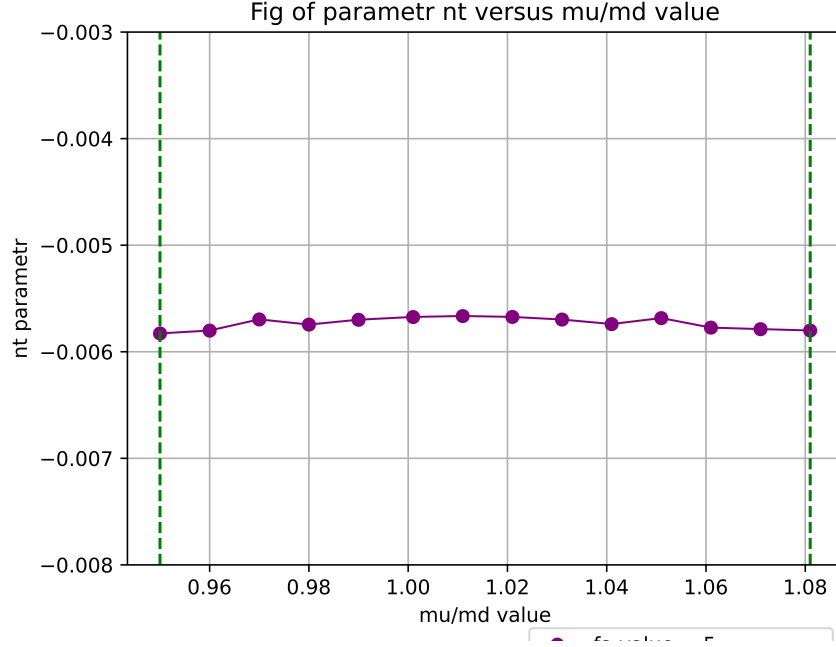


Рис. 2.6: Значение n_t для $f_a = 5 M_{pl}$. Зеленой линией обозначена граница для значений R , ниже которой не выполняется уравнение (2.7).

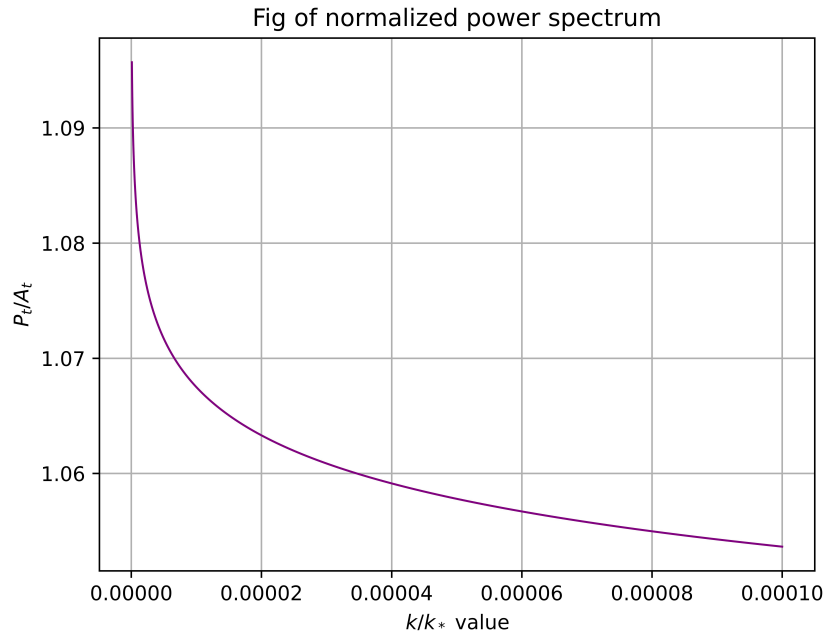


Рис. 2.7: Нормированный спектр мощности гравитационных волн для $f_a = 5M_{pl}$

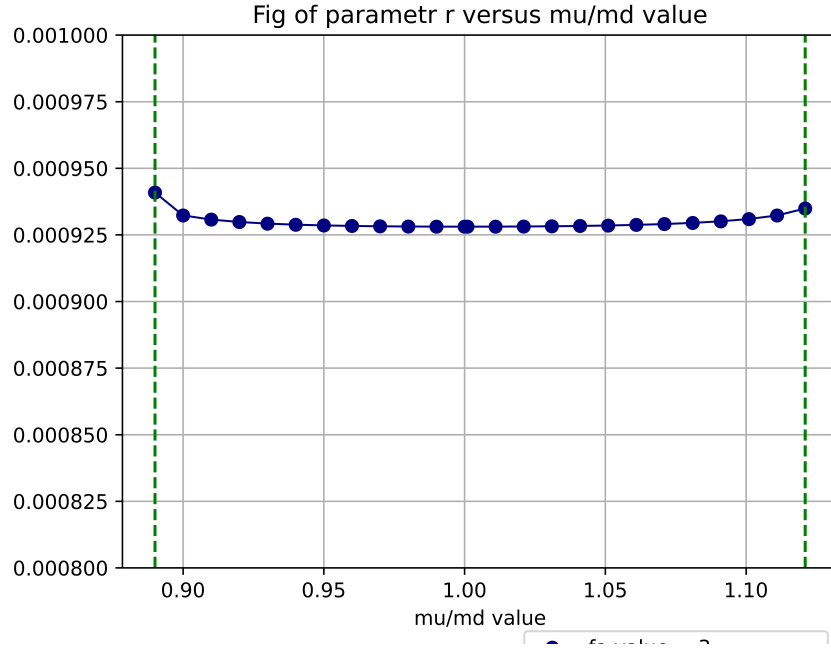


Рис. 2.8: значения r , полученные для $f_a = 5$. Зелеными прямыми обозначены границы значений, при которых выполняется условие (2.7)

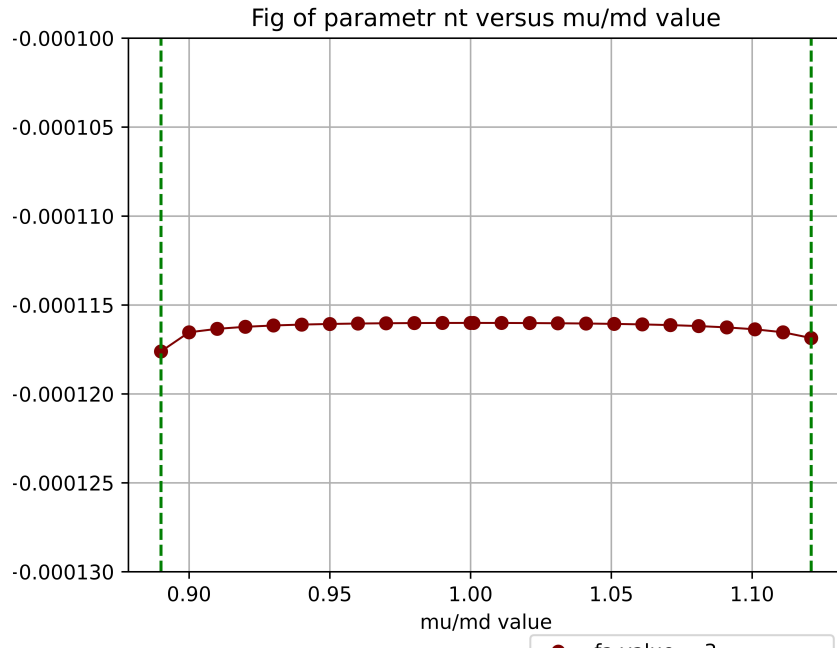


Рис. 2.9: Значение n_t для $f_a = 3 M_{pl}$. Зеленой линией обозначена граница для значений R , ниже которой не выполняется уравнение (2.7).

При приближении f_a к M_{pl} параметры r и n_t будут уменьшаться, Соответственно амплитуда спектра мощности(не нормированного) тензорных возмущений будет уменьшаться, и спектр мощности будет расти при еще более малых k , т.е. будет еще более смещаться в "красную" сторону. Однако при $f_a \sim 2 \cdot M_{pl}$ происходит расхождение с экспериментальными

данными за рамками погрешности. Таким образом получается нижняя "граница" для параметра модели. При дальнейшем увеличении f_a , γ и n_t будут расти, однако спектральный индекс скалярных возмущений выходит за диапазон экспериментальных значений при $f_a \sim 10 \cdot Mpl$. В результате получаем интервал значений параметра f_a .

Заключение

В рамках научно-исследовательской работы, изучены модель инфлатона и аксионоподобные модели в роли инфлатона, изучены основные теоретические положения, лежащие в основе данных моделей. Также рассмотрены эксперименты, проводимые в данной области.

При выполнении поставленной цели:

- Проанализирована определенная модель аксионоподобного поля, используемого в качестве инфлатона и получены ее основные характеристики (**Раздел 2.1.1**).
- Проведен анализ полученных результатов в зависимости от свободного параметра модели на основании экспериментальных данных (**Раздел 2.1.2**).

Основным источником экспериментальной информации являлся эксперимент "Planck"[1].

Подводя итог можно выделить определенную область значений параметра модели, где результат является схожим с экспериментом:

$$2 \cdot M_{pl} \lesssim f a \lesssim 10 \cdot M_{pl}$$

Полученный ненулевой интервал позволяет конкретнее рассматривать данную модель, и означает, что дальнейший расчет не лишен смысла. Результат спектра мощности гравитационных получается растущим в сторону больших длин волн.

Итоговое решение может быть в дальнейшем использовано для интерпретации выводов экспериментов по поиску первичных гравитационных волн, и, следовательно, весомых оснований к использованию инфляционной теории.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

- [1] N. Aghanim и et al. “Planck 2018 results. VI. Cosmological parameters”. В: *Astronomy & Astrophysics manuscript no. ms* (2021). DOI: [10.48550/arXiv.1807.06209](https://doi.org/10.48550/arXiv.1807.06209).
- [2] Daniel Baumann. “TASI Lectures on Inflation”. В: (2009). DOI: [10.48550/arXiv.0907.5424](https://doi.org/10.48550/arXiv.0907.5424).
- [3] The Bicep/Keck Collaboration и et al. “The Latest Constraints on Inflationary B-modes from the BICEP/Keck Telescopes”. В: *Cosmology and Nongalactic Astrophysics* (2022). DOI: [10.48550/arXiv.2203.16556](https://doi.org/10.48550/arXiv.2203.16556).
- [4] Giovanni Grilli di Cortona, Edward Hardy и Javier Pardo Vega. “The QCD axion, precisely”. В: *JHEP 01* (2016). DOI: [10.48550/arXiv.1511.02867](https://doi.org/10.48550/arXiv.1511.02867).
- [5] Anton de la Fuente, Prashant Saraswat и Raman Sundrum. “NDetecting cosmic rays with the LOFAR radio telescope”. В: *Phys.Rev.Lett.* (2015). DOI: [10.48550/arXiv.1311.1399](https://doi.org/10.48550/arXiv.1311.1399).
- [6] М.Yu.Khlopov. *Fundamentals of Cosmoparticle..M.* 2011.
- [7] Д.С.Горбунов и В.А.Рубаков. *Введение в теорию ранней Вселенной: Теория горячего Большого взрыва*. Москва: URSS, 2008.
- [8] Д.С.Горбунов и В.А.Рубаков. *Введение в теорию ранней Вселенной: Космологические возмущения, инфляционная теория*. Москва: URSS, 2010.