

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

УДК 539.12.01

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА
ПАРАМЕТР КИНЕТИЧЕСКОГО
СМЕШИВАНИЯ В МОДЕЛЯХ С
ЗЕРКАЛЬНОЙ СКРЫТОЙ МАССОЙ**

Научный руководитель
д.ф-м.н., проф.

_____ М. Ю. Хлопов

Студент

_____ К. М. Зуев

Москва 2023

Содержание

Введение	3
1 Основные положения	3
2 Модель зеркального сектора	4
3 Параметр кинетического смешивания	6
4 Цель и актуальность работы	7
5 Уравнения, описывающие эволюцию зеркального сектора	9
5.1 Случай пренебрежения массой электрона	10
5.2 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии	13
5.2.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии	13
5.3 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера	15
5.3.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению и скорости Мёллера	15
5.4 Обсуждение вида уравнения эволюции зеркального сектора в случае учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера	17
Заключение	20

Введение

1 Основные положения

Скрытая масса (в дословном переводе с английского языка — темная материя — Dark Matter, DM) — гипотетическая форма материи, которая по современным оценкам составляет порядка четверти массы-энергии всей Вселенной.

Согласно современной космологической модели, существует три вида скрытой массы: холодная, теплая и горячая, которые классифицируются образом, описанным, например, в [1]. Предположим, что изначально гипотетические частицы X скрытой массы находились в термодинамическом равновесии с обычным веществом в ранней Вселенной. При некоторой температуре T_f эти частицы вышли из равновесия и стали распространяться свободно. В случае, если $T_f \ll m_X$, говорят о холодной скрытой массе (Cold Dark Matter, CDM). В этом случае частицы X являются нерелятивистскими. В противоположном случае $T_f \geq m_X$ рассматриваются два варианта: $m_X \geq 1$ эВ и $m_X \leq 1$, соответствующие горячей и теплой скрытой массе. Разница между ними заключается в том, что при температуре $T \sim 1$ эВ, при которой реализуется RD-MD-переход, горячая скрытая масса является релятивистской, а теплая - нерелятивистской.

Наиболее перспективным рассматриваемым вариантом скрытой массы является холодная скрытая масса. Это объясняется тем, что частицы горячей скрытой массы могут составлять лишь небольшую ее часть, что следует из оценок возмущения плотности пространственных размеров ~ 100 Мпк. Современные оценки относительной плотности холодной скрытой массы дают значение $\Omega_c = 0,258$ [2]. При этом, однако, возможность существования теплой и горячей скрытой массы исключать нельзя. Все рассуждения, приведенные выше, основаны на предположении, что в начальный момент времени частицы скрытой массы и обычного вещества находились в термодинамическом равновесии. Если условиться, что частицы не находятся в равновесии, то оценка массы данных частиц будет существенно слабее.

Впервые гипотеза о существовании скрытой массы материи была выдвинута еще в 1933 г. Ф. Цвикки в результате исследования скопления галактик Кома в созвездии Волосы Вероники. Цвикки, измерив дисперсии скоростей отдельных галактик, предположил, что для удержания галактик в составе скопления силами гравитации необходимо большое количество невидимой материи [3]. В 1936 г. после публикации статьи А. Эйнштейна о гравитационном линзировании, Цвикки предложил проверять наличие скрытой массы при помощи эффекта гравитационной линзы, что ныне носит название макролинзи-

рования [4].

После этого на протяжении XX в. было предпринято множество различных попыток выяснения сущности скрытой массы, ее происхождения и ряда других проблем, остающихся открытыми и на сегодняшний день. В частности, наиболее актуальной проблемой является открытие частиц скрытой массы.

Существуют модели, в которых частицами скрытой массы являются как частицы Стандартной модели, так и выходящие за ее пределы. В данный момент наиболее актуальными теориями в этом вопросе являются:

- Слабовзаимодействующие массивные частицы — вимпы (WIMPs — Weakly Interacting Massive Particles), обладающие подходящими значениями массы и сечения аннигиляции для их выхода из равновесия в ранней Вселенной с плотностью, характерной для скрытой массы.
- Стабильные частицы в суперсимметричных теориях — частицы, часто относящиеся к классу вимпов, являющиеся так называемыми суперпартнерами к обычным частицам. Частица-суперпартнер обладает другой статистикой по сравнению с исходной частицей, но обладает по отношению к ней теми же самыми взаимодействиями.
- Аксионы — электрически нейтральные псевдоскалярные элементарные частицы, введение которых объясняет проблему наблюдаемого на эксперименте сохранения CP -инвариантности в сильных взаимодействиях посредством добавления нового члена в лагранжиан КХД, обеспечивающего инвариантность относительно преобразований группы $U(1)$ [5].

Приведенный перечень кандидатов, естественно, не является исчерпывающим. Более подробный обзор кандидатов на роль частиц скрытой массы можно найти, например, в [1] и [3].

2 Модель зеркального сектора

В рамках настоящей работы рассматривается так называемая модель зеркальной скрытой массы, которая, являясь одной из самых первых моделей скрытой массы, была сформулирована в работах Ч. Янга, Ч. Ли [6], а также в работах И. Ю. Кобзарева, Л. Б. Окуня и И. Я. Померанчука [7] в 50-х — 60-х годах прошлого столетия, а также в работах [8] и [9]. В данной модели для каждой известной науке элементарной частицы (электрона, фотона, позитрона, мюона и т.д.) должен существовать «зеркальный» партнер, т.е. частица, обладающая теми же массой и свойствами взаимодействия, но правой киральностью. Киральность для дираковских частиц определяется как собственное

значение матрицы Дирака γ^5 , которые, как известно из квантовой теории поля, равны ± 1 . Данная величина показывает, по какому представлению группы Пуанкаре преобразуется волновая функция частицы. Мотивацией для такого расширения Стандартной модели может служить восстановление симметрии слабых взаимодействий: P -преобразование будет переводить левые частицы в зеркальные правые, что описано, например, в [10]. В таком случае зеркальные частицы — стабильные и массивные — могут служить кандидатами на роль скрытой массы.

Векторные калибровочные теории с безмассовыми фермионами Дирака проявляют киральную симметрию [11]. В этом случае киральности равносильна спиральность — проекция спина частицы на направление ее движения. Как и для более общего понятия киральности, спиральность может быть левой и правой. В экспериментах наблюдаются частицы с обеими видами спиральности.

В случае, если рассматривается фермион Дирака, имеющий массу, киральность и спиральность следует различать, поскольку такие частицы не проявляют киральной симметрии в силу наличия массового члена в лагранжиане, что будет рассмотрено ниже.

На языке теории групп поля взаимодействий во Вселенной в рамках данной модели могут быть описаны как

$$[SU(3) \times SU(2) \times U(1)] \times [SU(3)' \times SU(2)' \times U(1)']$$

или, с точки зрения теории Великого объединения, $SU(5) \times SU(5)'$, где штрих означает группы симметрии в зеркальном секторе [12].

Предполагается также, что каждая частица обычного сектора может вступать в кинетическое смешивание, т.е. во взаимодействие, с частицами зеркального сектора, хотя, в общем случае, в рамках рассматриваемой модели это требование может отсутствовать. Таким образом, например, фотоны обычного сектора могут взаимодействовать с фотонами зеркального, обычные нейтрино — с зеркальными и т.д. Также в рамках модели допускается, что в условиях ранней Вселенной существовала асимметрия между температурой T обычного сектора и температурой T' зеркального сектора, причем температура зеркального сектора должна быть мала по сравнению с температурой обычного сектора на момент начала периода первичного нуклеосинтеза (ограничение будет определено ниже). Первичный нуклеосинтез чувствителен к плотности энергии Вселенной при $T \sim 1$ МэВ, которая обычно параметризуется в терминах эффективного числа степеней свободы $g_{*T} = g_{*T}^{st} + \Delta g_{*T}$, где Δg_{*T} — вклад любых дополнительных видов частиц в дополнение к стандартному значению $g_{*T}^{st} = 10,75$, вносимый фотонами, электронами, позитронами и тремя сортами нейтрино при указанной температуре. Вклад зеркальных

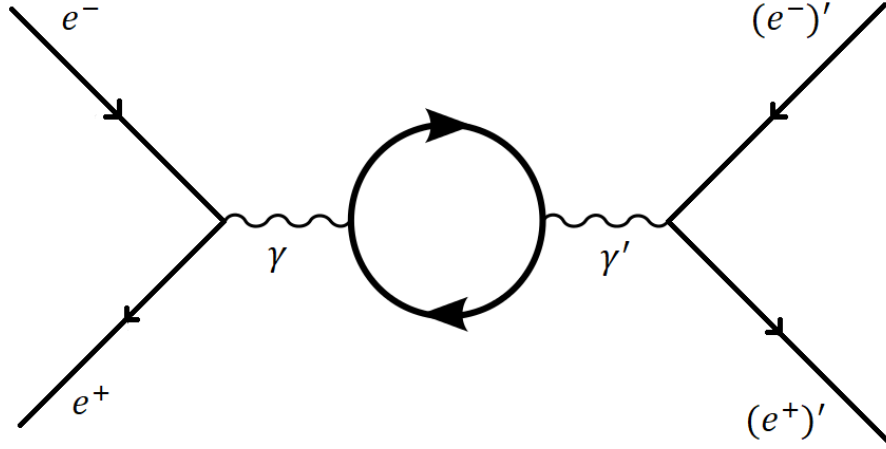


Рис. 1: Диаграмма Фейнмана для аннигиляции электрон-позитронной пары с последующим переходом продуктов распада в зеркальный сектор

партнеров к данным частицам приводит к соотношению

$$\frac{\rho'}{\rho} \propto \left(\frac{T'}{T} \right)^4. \quad (1)$$

Разность температур T и T' в ходе космологической эволюции может возникнуть, если после инфляции обычный и зеркальный секторы нагреваются при разной температуре; затем они расширяются адиабатически с расширением Вселенной, без фазовых переходов первого рода, так что в обоих секторах энтропии сохраняются по отдельности. Поэтому соотношение T'/T должно быть постоянным во времени. Это выполняется, если во время и после инфляции нет существенного изменения энтропии. Если между двумя секторами существует взаимодействие, то оно должно быть достаточно слабым, чтобы не привести два сектора в тепловое равновесие между собой [12].

3 Параметр кинетического смешивания

Простейшей возможностью обнаружить взаимодействие частиц обычного сектора с зеркальным является кинетическое смешивание фотонов и зеркальных фотонов. С использованием диаграммной техники данный процесс может быть продемонстрирован однопетлевой диаграммой, представленной на рис. 1.

Вопрос о том, посредством каких частиц осуществляется данный процесс, чему соответствует петля на представленной диаграмме, вообще говоря, является дискуссионным и выводит за рамки рассматриваемой в настоящей

работе задачи. Попытки ответить на него приводят к более фундаментальному вопросу о том, за счет какого именно взаимодействия осуществляется переход частиц из обычного сектора в зеркальный. В рамках рассматриваемой задачи предполагается, что за подобный процесс ответственно электромагнитное взаимодействие. Однако, например, существует модель, в рамках которой взаимодействие описывается введением новых частиц - фрактонов [13], т.е. частиц нового поля, свойства которого схожи со свойствами электромагнитного, обладающих дробным «электрическим» зарядом.

Кинетический член лагранжиана электромагнитного поля, ответственный за такое взаимодействие, записывается в виде

$$\mathcal{L}_{mix} = \frac{\epsilon}{2} F^{\mu\nu} F'_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где ϵ — параметр кинетического смешивания, $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$ - тензор электромагнитного поля, $F'^{\mu\nu} = \partial^\mu A'^\nu - \partial^\nu A'^\mu$. Полное выражение для лагранжиана имеет вид

$$\mathcal{L}_{mix} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} + 2\epsilon F_{\mu\nu}F'^{\mu\nu}) - eq_f A_\mu(\bar{f}\gamma^\mu f) - eq_f A'_\mu(\bar{f}'\gamma^\mu f'), \quad (3)$$

где f и f' обозначают частицы обычного и зеркального секторов соответственно; A_μ, A'_μ — векторные потенциалы в обычном и зеркальном секторах. Путем несложных преобразований этого лагранжиана, описанных в [12], показывается, что за счет кинетического смешивания зеркальные частицы с зеркальным электрическим зарядом q_f приобретают также дополнительный заряд, равный ϵq_f . Таким образом сечение данного процесса определяется именно параметром кинетического смешивания ϵ .

4 Цель и актуальность работы

Несмотря на то что модель зеркальной скрытой массы была введена еще в 60-х годах прошлого века, она остается актуальной и на сегодняшний день. Результаты некоторых крупных экспериментов, таких как DAMA/Libra, DAMA/NaI, CDMS и XENON10, можно интерпретировать в терминах существования зеркального сектора, т.е. введения зеркальных частиц, предполагая их кинетическое смешивание с частицами обычного сектора с параметром ϵ . При этом как в экспериментальных, так и теоретических работах, посвященных данной тематике, значения ϵ сильно различаются (вплоть до разницы в порядке данной величины). Так, например, в [14] рассматривается вопрос распада ортопозитрония как связующей реакции между обычным и зеркальным

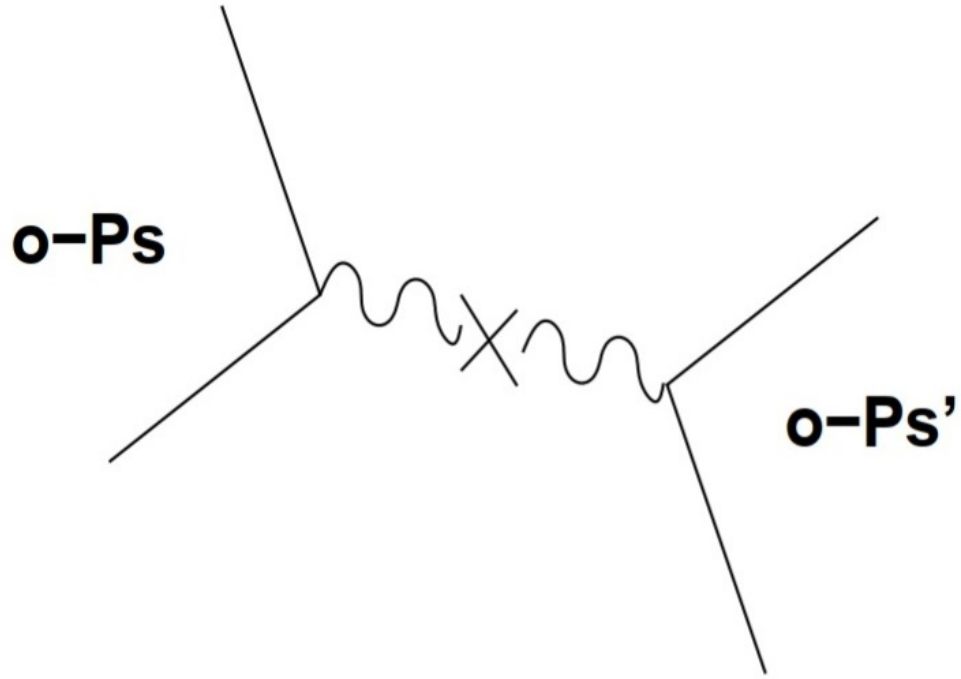


Рис. 2: Распад ортопозитрония с последующим переходом в зеркальный сектор

секторами. Диаграмма такого процесса приведена на рис. 3 [15]. Ожидается, что в случае, когда в результате эксперимента отсутствуют продукты распада, существует вероятность того, что они перешли в зеркальный сектор. В результате описанного эксперимента на параметр кинетического смешивания установлено ограничение $\epsilon < 3,1 \cdot 10^{-7}$. В [15] показано, что значение параметра смешивания, устанавливаемое в результате экспериментов, может быть уточнено до $\epsilon \sim 10^{-9}$. При таком же порядке ϵ в терминах рассеяния зеркальных ядер можно объяснить результаты эксперимента DAMA/NaI, посвященного обнаружению частиц скрытой массы.

Кроме того, анализ результатов экспериментов DAMA/Libra, DAMA/NaI, CDMS и XENON10, приведенный в [16], показывает, что результаты экспериментов DAMA могут быть интерпретированы именно как рассеяние зеркальных ядер с зарядом $\propto \epsilon$, на частицах вещества обычного сектора. В частности, лучшим кандидатом на воспроизведение результатов DAMA является зеркальный кислород. Разброс масс зеркального кислорода приводит к разбросу в допустимых значениях параметра смешивания: $\epsilon \sim 10^{-8} \div 10^{-9}$.

Наконец, в [17] на основании ограничений, обеспеченных первичным нуклеосинтезом, приведена верхняя оценка параметра кинетического смешивания: $\epsilon < 3 \cdot 10^{-8}$.

На основании приведенных фактов можно заключить, что на сегодняшний день в значениях параметра смешивания присутствует неопределенность,

которая, быть может, отрицательно влияет на экспериментальные возможности обнаружения зеркального сектора. По этой причине наиболее точная оценка ϵ представляет собой особенно важную как теоретическую, так и экспериментальную задачу. Коррекция описанных выше ограничений важна для интерпретации результатов уже проведенных экспериментов в рамках рассматриваемой модели зеркального вещества, а также для будущих экспериментов в этой области.

Целью настоящей работы является уточнение космологических ограничений на параметр кинетического смешивания на основании [12], где приведена оценка $\epsilon = 3 \cdot 10^{-10}$, и [18], где $\epsilon = 8,5 \cdot 10^{-10}$ в рамках ограничения температур обычного и зеркального секторов, установленного ниже. Данные параметры получены на основании теоретических расчетов, воспроизведенных ниже. Видно, что представленные в данных работах значения параметра смешивания отличаются почти в три раза, что имеет под собой определенные причины с точки зрения расчета, которые будут рассмотрены далее. Как уже было сказано, подобное различие в оценке параметра недопустимо с точки зрения постановки экспериментов, направленных на обнаружение скрытой массы, а также анализа их результатов.

5 Уравнения, описывающие эволюцию зеркального сектора

Простейшая возможность обнаружить взаимодействие зеркального вещества с частицами обычного сектора заключается в рассмотрении реакции аннигиляции электрон-позитронной пары с последующим переходом продуктов в зеркальный сектор, т.е. кинетическое смешивание фотонов может заполнить зеркальный сектор в ранней Вселенной посредством процесса [18]

$$e^+e^- \rightarrow (e^+)'(e^-)'.$$

В настоящей работе рассматривается именно такой процесс заполнения зеркального сектора. В лагранжиане электромагнитного поля (3) за реализацию этого процесса отвечает кинетический член (2). В этих терминах процесс аннигиляции приводит к обмену энергией между секторами, причем эффективность данного процесса $\propto \epsilon^2$. В таком случае зеркальный сектор нагревается, т.е. соотношение температур T'/T растет. По этой причине можно установить космологические ограничения на параметр смешивания ϵ [12].

Как уже было упомянуто выше, в условиях ранней Вселенной для температур обычного и зеркального секторов должно выполняться соотношение

$T > T'$. Ограничение отношения данных температур, обусловленное первичным нуклеосинтезом, имеет вид $T'/T \lesssim 0.6$ [19]. Кроме того, анализы, базирующиеся на основе математического моделирования реликтового излучения с применением численных методов, устанавливают другое его значение:

$$\frac{T'}{T} \lesssim 0.3, \quad (4)$$

что подробнее описано в [20] и [21]. Ограничение (4) является классическим в рамках рассматриваемой модели и будет неоднократно использовано в дальнейшем.

Существование ограничений на соотношение температур в конечном итоге приводит к увеличению плотности энергии ρ' в зеркальном секторе. Таким образом, можно говорить об эволюции зеркального сектора, которая в самом общем случае описывается уравнением

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = \xi(T), \quad (5)$$

где $\xi(T)$ — некоторая известная функция, конкретная для каждого случая, характеризующая процесс заполнения зеркального сектора. Далее в настоящей работе будут рассматриваться различные частные случаи уравнения (5), которое мы будем зачастую называть уравнением эволюции (заполнения зеркального сектора).

5.1 Случай пренебрежения массой электрона

В общем случае в [18] уравнение (5) имеет вид

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = n_{e^+} n_{e^-} \langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle, \quad (6)$$

где σ — сечение взаимодействия, v_{Mol} — скорость Мёллера — относительная релятивистская скорость столкновения двух налетающих потоков частиц [22], \mathcal{E} — энергия, передаваемая зеркальному сектору в процессе реакции. В дальнейшем в уравнении (6), используя закон Стефана-Больцмана для ультрарелятивистских частиц с нулевым химическим потенциалом $\rho = \pi^2 g T^4 / 30$, удобнее перейти к величине ρ' / ρ , чтобы исключить временную зависимость вследствие расширения Вселенной, а также использовать связь, полученную на основании известного выражения для параметра Хаббла:

$$t = 0.3 g^{-1/2} \frac{M_{Pl}}{T^2},$$

где $M_{Pl} \approx 1.22 \cdot 10^{22}$ МэВ — масса Планка. В таком случае имеем

$$\frac{\partial \rho' / \rho}{\partial T} = \frac{-n_{e^+} n_{e^-} \langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle}{\pi^2 g T^4 / 30} \cdot \frac{0.6 M_{Pl}}{\sqrt{g} T^3}. \quad (7)$$

Рассмотрим уравнение (7), используя статистику Максвелла и игнорируя принцип запрета Паули. Тогда, пренебрегая в пределе массой электрона, имеем релятивистский предел рассматриваемой модели. В этом случае

$$n_{e^+} \approx n_{e^-} \approx \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2} T^3,$$

где $\zeta(3)$ — постоянная Апери. Выражение для $\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle$ имеет вид

$$\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle = \frac{2\pi\alpha^2\epsilon^2}{3T},$$

где $\alpha = 1/137$ — электромагнитная константа связи. Более подробный вывод данного соотношения, основанный на кинематических соображениях, представлен в [18]. С учетом данных преобразований уравнение (7) приобретает вид

$$\frac{\partial \rho' / \rho}{\partial T} = -\frac{A}{T^2}, \quad (8)$$

где

$$A = \frac{27\zeta(3)^2\alpha^2\epsilon^2 M_{Pl}}{\pi^5 g \sqrt{g}}.$$

В достаточно хорошем приближении радиационная составляющая зеркального сектора состоит из зеркальных электронов, позитронов и фотонов. Это приводит к значению $g' = 11/2$ и, следовательно, к преобразованию выражения (1) для перехода от соотношения плотностей зеркального и обычного секторов к соотношению их температур к виду

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{g'}{g} \left(\frac{T'}{T} \right)^4, \quad (9)$$

где $g'/g = 22/43$.

Видно, что в релятивистском пределе уравнение (6), преобразованное в уравнение (7), является уравнением с разделяющимися переменными и, следовательно, имеет аналитическое решение, которое описывается формулой

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{g}{g'} A \right)^{1/4} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_i} \right)^{1/4} \quad (10)$$

и является решением задачи для дифференциального уравнения (8) с начальным условием $T'(T_i) = 0$, где T_i — начальная температура. График этого решения представлен на рис. 3.

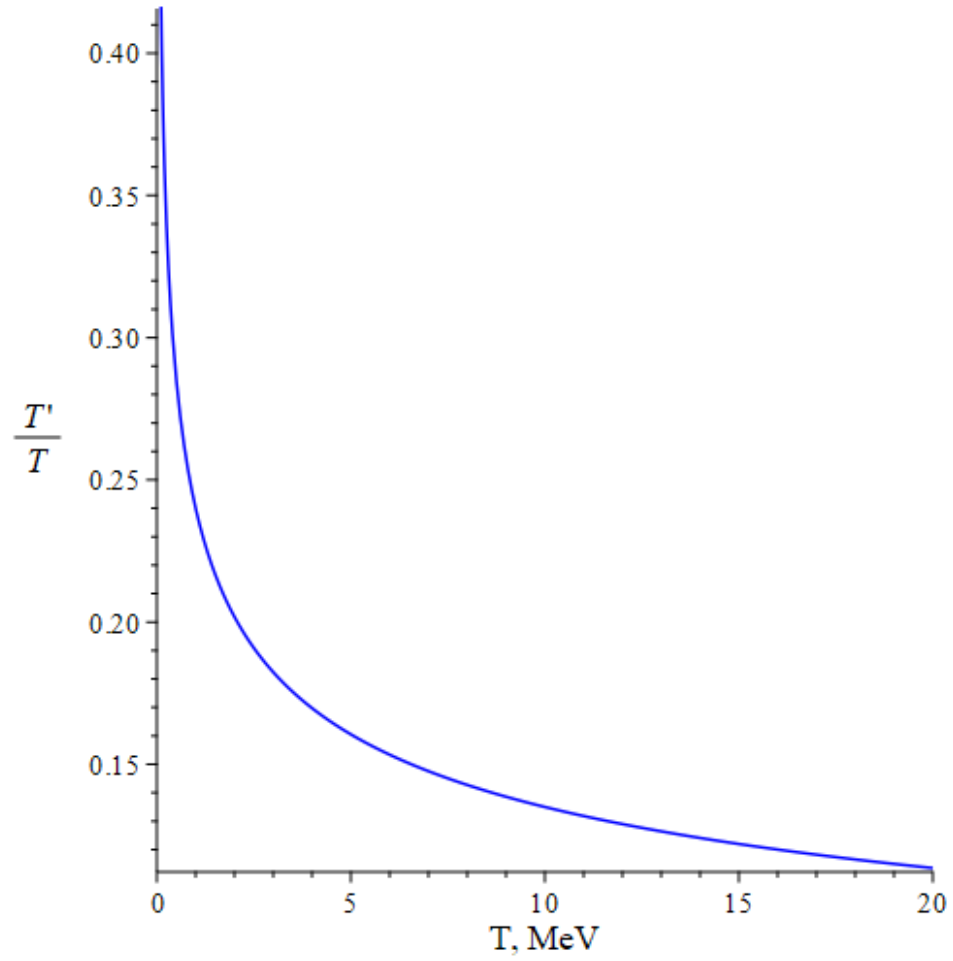


Рис. 3: График зависимости отношения температур в зеркальном и обычном секторах от температуры в пренебрежении массой электрона

5.2 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии

С учетом массы электрона выражение для концентрации n_{e^-} электронов и позитронов приобретает вид распределения Ферми-Дирака

$$n_{e^+} \approx n_{e^-} \approx \frac{1}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE. \quad (11)$$

Рассмотрим теперь величину, характеризующую скорость заполнения зеркального сектора $\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle$, учитывая массу электрона. В этом случае выражение для нее приобретает более сложный вид

$$\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle = \frac{1}{8m_e^4 T^2 K_2^2(m_e/T)} \int_{4m_e^2}^{\infty} ds \sigma(s - 4m_e^2) \sqrt{s} \int_{\sqrt{s}}^{\infty} dE_+ e^{-E_+/T} E_+ \sqrt{\frac{E_+^2}{s} - 1}, \quad (12)$$

где $K_2(m_e/T)$ — модифицированная функция Бесселя 2-го порядка. Сечение здесь

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \alpha^2 \epsilon^2 \frac{1}{s^3} (s + 2m_e^2)^2.$$

Вывод данного выражения представлен в [18]. С учетом вида величины (12), становится ясным, что уравнение (7) в данном случае не может быть решено аналитически.

5.2.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии

Рассмотрим более подробно вопрос о решении уравнения (7). Как уже было упомянуто, данное уравнение не может быть решено аналитически, поэтому для его решения использованы численные методы, заключающиеся в аппроксимации правой части уравнения интегрируемыми функциями. При этом для решения данного уравнения в переменных температуры должно выполняться ограничение $T'/T \lesssim 0.3$, а также должна иметь место асимптотика $\propto T^{-1/4}$ при больших значениях температуры, т.е. с некоторой точностью сходиться с решением в релятивистском случае пренебрежения массой электрона.

Все действия по решению уравнения (7) произведены в программном пакете Maple. Видно, что правая часть имеет сложную структуру с точки

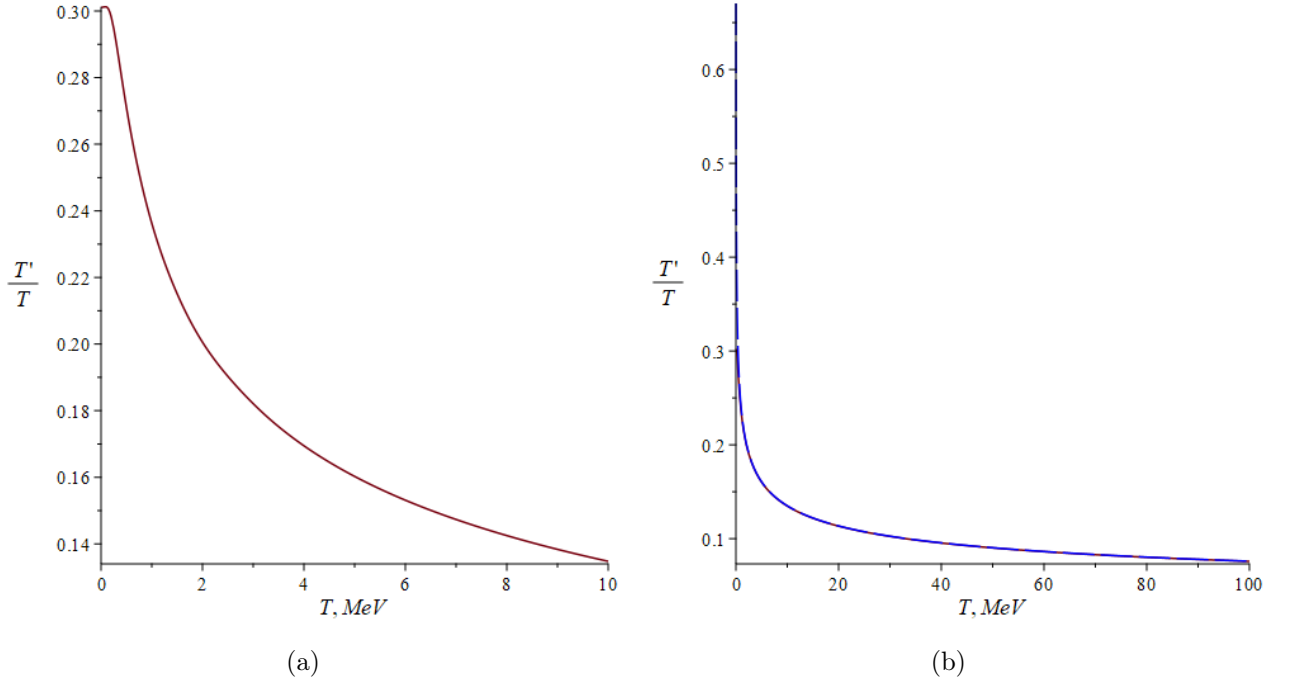


Рис. 4: (a) - решение уравнения (7) с правой частью в виде (11) в интервале $0 < T < 10$; (b) - решение в интервале $0 < T < 100$

зрения решения дифференциального уравнения (7), по причине чего возникает вопрос выбора наилучшей аппроксимирующей функции.

Возьмем в качестве аппроксимирующей функции правой части уравнения эволюции кусочно-непрерывную функцию вида

$$F_m(T) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{100} C_n e^{-20T} T^{-1/4}, & T < 4 \\ \frac{a}{T^2}, & T \geq 4 \end{cases}$$

Здесь a - параметр. При интегрировании уравнения с подобной правой частью получено решение, представленное на рис. 4(a) и 4(b). Видно, что в данном случае решение обладает требуемой асимптотикой, т.е. стремится к релятивистскому случаю. Сопоставляя полученный результат с приведенным в [18], можно утверждать, что приведенные графики совпадают с полученными, откуда следует, что грубая оценка параметра кинетического смешивания составляет $\epsilon \approx 8,5 \cdot 10^{-10}$.

5.3 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера

Как уже упоминалось во введении к работе, интерес представляет расхождение значений параметров кинетического смешивания в [12] и [18].

Обратимся к результатам, представленным в [12]. В данном случае уравнение эволюции имеет вид

$$\frac{\partial \rho' / \rho}{\partial T} = \frac{-n_e(T)\rho_e(T) \langle \sigma v_{Mol} \rangle}{\pi^2 g T^4 / 30} \cdot \frac{0.6 M_{Pl}}{\sqrt{g} T^3}, \quad (13)$$

где

$$n_e(T) = \frac{2}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE, \quad \rho_e(T) = \frac{2}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E^2}{1 + e^{E/T}} dE. \quad (14)$$

Видно, что в этом случае выражение для параметра, отвечающего за скорость заполнения зеркального сектора, имеет иную структуру, чем в [18], в силу того, что усреднение в данном случае ведется по сечению взаимодействия σ и скорости Мёллера v_{Mol} , исключая энергию:

$$\langle \sigma v_{Mol} \rangle = \frac{1}{8m_e^4 T^2 K_2^2(m_e/T)} \int_{4m_e^2}^{\infty} \sigma(s - 4m_e^2) \sqrt{s} K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right) ds, \quad (15)$$

где $K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right)$ — модифицированная функция Бесселя 1-го порядка.

5.3.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению и скорости Мёллера

Аналогично уравнению (7), уравнение (13) решается с помощью метода аппроксимации его правой части. Однако в данном случае аппроксимирующая функция имеет вид

$$G_m(T) = \begin{cases} S_3(T), & T < 6 \\ \frac{b}{T^2}, & T \geq 6 \end{cases}$$

Здесь $S_3(T)$ — сплайн третьего порядка, b — параметр.

Решение уравнения с правой частью в виде $G_m(T)$ представлено на рис. 5. В [12] приведено решение в координатах $\rho' / \rho(T)$, однако для дальнейшего

анализа необходимо получить решение уравнения (13) в координатах $T'/T(T)$. Для этого данное уравнение преобразовано с помощью связи соотношения плотностей и температур (1). В таком случае ограничение на T'/T описывается формулой (4). Видно, что представленный график удовлетворяет указанному ограничению и имеет требуемую в [12] асимптотику, что свидетельствует о том, что значение параметра кинетического смешивания составляет $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{-10}$.

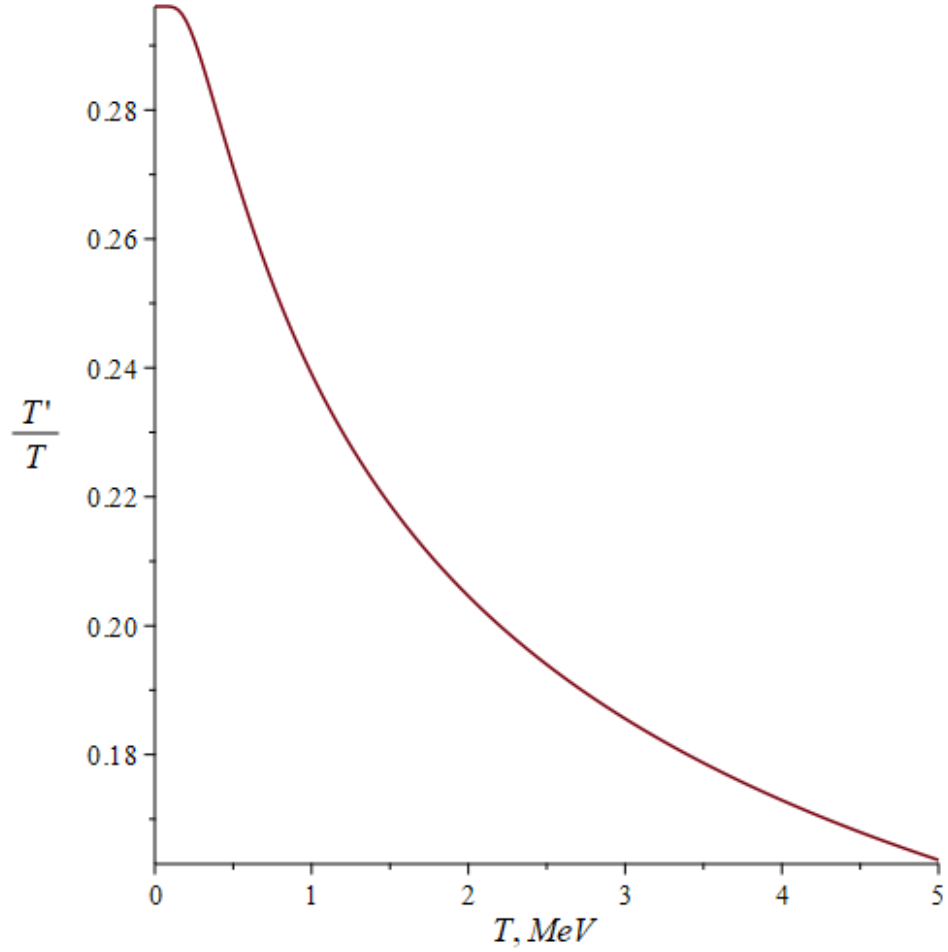


Рис. 5: Решение уравнения эволюции в случае [12]

5.4 Обсуждение вида уравнения эволюции зеркального сектора в случае учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера

Рассмотрим структуру уравнения (13), в частности - соотношения (14) для концентрации электронов и плотности их энергии. Видно, что перед интегралами в этих выражениях стоят множители $2/\pi^2$. Множитель $1/\pi^2$ представляет собой нормировочный множитель распределения Ферми-Дирака, поэтому в формулах (14) выражения для концентрации и плотности удваиваются. С физической точки зрения это означает, что в распределениях учтены вклады как электронов, так и позитронов. Однако в рамках рассматриваемой модели это является излишним условием, которое в конечном счете и приводит к расхождению в параметрах кинетического смешивания в [12] и [18].

С учетом приведенных рассуждений формулы (14) приобретают вид

$$n_e(T) = \frac{1}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE, \quad \rho_e(T) = \frac{1}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E^2}{1 + e^{E/T}} dE. \quad (16)$$

Решим теперь уравнение (13), принимая во внимание соотношения (5.4), а также тот факт, что при изменении вида распределений требование (4) для соотношения температур, вообще говоря, не обязано выполняться. В свою очередь несохранение этого требования приводит к тому, что значение параметра кинетического смешивания становится неопределенным, что, впрочем, вполне естественно. Заметим также, что решение должно с точностью до нормировки совпадать со случаем, когда для данного уравнения используются соотношения (14), поскольку математическая структура уравнения не изменилась. Из этого естественно вытекает, что и структура аппроксимирующей функции $G_m(T)$ также не изменяется, поэтому ее использование для решения уравнения (13) также оправдано. Ключевым этапом решения является получение параметра кинетического смешивания, значение которого определяется посредством нормировки решения с учетом требования (4). Полученный график решения представлен на рис. 6. Очевидно, что данное решение сохраняет асимптотику, определенную для решения уравнения (13) с распределениями в виде (14).

Полученное для данного решения значение параметра кинетического смешивания составляет

$$\epsilon \approx 10.3 \cdot 10^{-10}.$$

Видно, что это значение не совпадает с приведенным в [18]. Одной из возможных причин наблюдаемого расхождения может являться погрешность числен-

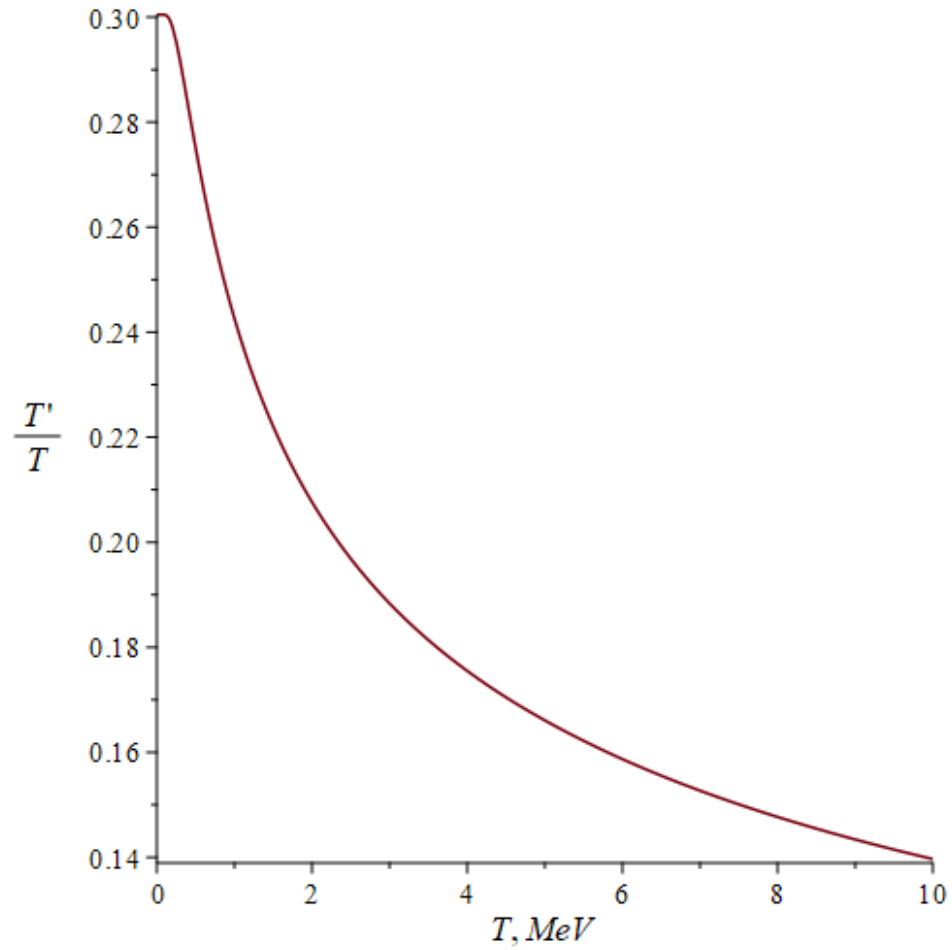


Рис. 6: Решение уравнения эволюции (13) в случае переопределения распределений в виде (5.4)

ных методов, использованных при решении задачи. Решение производилось путем аппроксимации правой части уравнения кусочно-непрерывной функцией на двух промежутках и последующим численным интегрированием дифференциального уравнения. Таким образом, погрешность в процессе решения задачи складывается из следующих основных факторов:

- погрешность аппроксимации, возникающая сразу на двух промежутках в силу различия аппроксимирующих многочленов, составляющих кусочно-непрерывную функцию;
- погрешность численного интегрирования уравнения;
- конечная расчетная точность программного пакета Maple.

Однако, несмотря на то, что полученная оценка параметра смешивания не сходится с представленной в [18], произведено ее уточнение. Таким образом, как уже было упомянуто, исходные значения параметров различаются в

$\epsilon_F/\epsilon_B \approx 2,83$ раза. Произведенные же вычисления сокращают расхождение до $\epsilon_B/\epsilon_F \approx 1,21$, т.е. более чем в два раза.

Заключение

В ходе работы рассмотрена модель зеркальной скрытой массы, изучены основные теоретические положения, лежащие в основе данной модели; рассмотрены эксперименты, проводимые в рамках данного направления.

В рамках сформулированной цели об уточнении параметра кинетического смешивания в модели зеркальной скрытой массы детально изучены работы [12] и [18], в которых в рамках одного и того же термодинамического ограничения (4) указаны различные параметры смешивания: $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{-10}$ и $\epsilon \approx 8,5 \cdot 10^{-10}$ соответственно.

Рассмотрены уравнения (7) и (13), описывающие эволюцию зеркального сектора частиц. Получено решение для релятивистского случая рассмотренной модели, график которого приведен на рис. 3. Получено решение для уравнения (7), на основании которого проверена достоверность значения параметра смешивания $\epsilon \approx 8,5 \cdot 10^{-10}$, а также уравнения (13), для которого проверена корректность значения $\epsilon \approx 3 \cdot 10^{-10}$. Графики полученных решений соответственно представлены на рис. 4(a), 4(b).

Установлено, что уравнение (13) из [12] не является корректным в рамках рассматриваемой модели в силу нормировочного коэффициента в (14). На основании этого проведен анализ, в результате которого данные соотношения были приведены в уравнении к форме (5.4). Решение данного случая продемонстрировано на рис. 6. Для данного случая определено значение параметра кинетического смешивания в рамках ограничения (4), которое составило

$$\epsilon \approx 10,3 \cdot 10^{-10}.$$

Таким образом, соотношение параметров кинетического смешивания, приведенных в рассмотренных статьях, уточнено с 2,83 до 1,21.

Погрешность приведенной оценки главным образом складывается из погрешности численных методов, использованных для решения уравнений эволюции, т.е. из погрешности аппроксимации и численного интегрирования в программном пакете Maple.

Дальнейшее развитие работы состоит в следующем:

1. Совершенствование методов численного решения уравнения эволюции в целях уточнения решения и, как следствие, параметра кинетического смешивания.
2. Выяснение вида взаимодействия, ответственного за переход частиц из обычного сектора в зеркальный.

Последняя упомянутая проблема является наиболее фундаментальной как для рассматриваемой модели зеркального сектора, так и для понимания природы скрытой массы в целом. Стоит отметить, что модель зеркальной скрытой массы, несмотря на свой возраст, является актуальной на сегодняшний день. Полученное в рамках настоящей работы уточнение параметра кинетического смешивания может быть полезным для трактования уже прошедших экспериментов, а также для будущих экспериментов по поиску частиц скрытой массы.

Список литературы

- [1] В.А. Рубаков Д.С. Горбунов. Введение в теорию ранней Вселенной. *ЛКИ*, 2012.
- [2] P. A. R. Ade et al.(Planck Collaboration). Planck 2015 results. *Astron. Astrophys.* 594, A13, 10 2016.
- [3] В.А. Рябов А.М. Цховребов, В.А. Царев. Поиски частиц темной материи. *УФН, Том 178, №11*, 11 2008.
- [4] С.И. Блинников. Зеркальное вещество и другие модели для темной материи. *УФН, Том 184, №2*, 2 2014.
- [5] R. D. Peccei and Helen R. Quinn. CP Conservation in the Presence of Pseudoparticles. *Phys. Rev. Lett.* 38, 6 1977.
- [6] T. D. Lee and C. N. Yang. Question of Parity Conservation in Weak Interactions. *Phys. Rev.* 104, 254, 10 1956.
- [7] I. Yu. Kobzarev, L. B. Okun, and I. Ya. Pomeranchuk. On the Possibility of Experimental Observation of Mirror Particles. *J. Nucl. Phys. (U.S.S.R.)* 3, 1154-1160, 6 1966.
- [8] S. I. Blinnikov and M. Yu. Khlopov. Possible astronomical effects of mirror particles. *Astron. Zh.* 50, 632-639, 7 1983.
- [9] M. Yu. Khlopov et al. Observational physics of mirror world. *Astron. Zh.* 69, 121-130, 1991.
- [10] H. Lew R. Foot and R. R. Volkas. A model with fundamental improper spacetime symmetries. *Phys. Lett. B* 272, 6 1991.
- [11] К.В. Степаньянц. Классическая теория поля. *М: ФИЗМАТЛИТ*, 2009.
- [12] Zurab Berezhiani and Angela Lepidi. Cosmological bounds on the "millicharges" of mirror particles. *Phys.Lett.B*681:276-281, 11 2009.
- [13] M. Yu. Khlopov. Fractionally charged particles and quark confinement. *Pis'ma Zh. Eksp. Teor. Fiz.* 33, No. 3, 170-173, 2 1981.
- [14] L. Gerchow C. Vigo et al. First search for invisible decays of ortho-positronium confined in a vacuum cavity. *Phys. Rev. D* 97, 092008, 3 2018.

- [15] A. Badertscher et al. An apparatus to search for mirror dark matter via the invisible decay of orthopositronium in vacuum. *Int.J.Mod.Phys.A*19:3833-3848, 11 2003.
- [16] R. Foot. Mirror dark matter and the new DAMA/LIBRA results: A simple explanation for a beautiful experiment. *Phys.Rev.D*78:043529, 7 2008.
- [17] E. D. Carlson and S. L. Glashow. Nucleosynthesis versus the mirror universe. *Phys.Lett.B*193:168-170, 7 1987.
- [18] P. Ciarcelluti and R. Foot. Early Universe cosmology in the light of the mirror dark matter interpretation of the DAMA/Libra signal. *Phys.Lett.B*679:278-281, 9 2008.
- [19] A. D. Dolgov Z. G. Berezhiani and R. N. Mohapatra. Asymmetric Inflationary Reheating and the Nature of Mirror Universe. *Phys.Lett.B*375:26-36, 11 1995.
- [20] A. Yu. Ignatiev and R. R. Volkas. Mirror dark matter and large scale structure. *Phys.Rev.D*68:023518, 4 2003.
- [21] D. Comelli Z. Berezhiani, P. Ciarcelluti and F. L. Villante. Mirror dark matter and large scale structure. *Int.J.Mod.Phys.D*14:107-120, 7 2004.
- [22] M. Cannoni. Lorentz invariant relative velocity and relativistic binary collisions. *International Journal of Modern Physics A*Vol. 32, No. 02n03, 1730002, 2017.