

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ
ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ «МИФИ»

УДК 539.12.01

ОТЧЕТ
О НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ
**КОСМОЛОГИЧЕСКИЕ ОГРАНИЧЕНИЯ НА
ПАРАМЕТР КИНЕТИЧЕСКОГО
СМЕШИВАНИЯ В МОДЕЛЯХ С
ЗЕРКАЛЬНОЙ СКРЫТОЙ МАССОЙ**

Научный руководитель
д.ф-м.н., проф.

_____ М. Ю. Хлопов

Студент

_____ К. М. Зуев

Москва 2023

Содержание

Введение	3
1 Основные положения	3
2 Модель зеркального сектора	4
3 Параметр кинетического смешивания	5
4 Цель и актуальность работы	6
5 Уравнения, описывающие эволюцию зеркального сектора	8
5.1 Случай пренебрежения массой электрона	8
5.2 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии	11
5.2.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии	11
5.3 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера	18
5.3.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению и скорости Мёллера	19
Заключение	21

Введение

1 Основные положения

Скрытая масса (в дословном переводе с английского языка - темная материя - Dark Matter, DM) — гипотетическая форма материи, которая по современным оценкам составляет порядка четверти массы-энергии всей Вселенной: относительная плотность холодной скрытой массы составляет $\Omega_c = 0,258$ [1].

Впервые гипотеза о существовании подобной формы материи была выдвинута еще в 1933 г. Ф. Цвикки в результате исследования скопления галактик Кома в созвездии Волосы Вероники. Цвикки, измерив дисперсии скоростей отдельных галактик скопления, предположил, что для удержания галактик в составе скопления силами гравитации необходимо большое количество невидимой материи [2]. В 1936 г., после публикации статьи А. Эйнштейна о гравитационном линзировании, Цвикки предложил проверять наличие скрытой массы по эффекту гравитационной линзы, что ныне носит название макролинзирования [3].

После этого на протяжении XX в. было предложено множество различных гипотез касательно частиц скрытой массы, ее происхождения и ряда других проблем, остающихся открытыми и на сегодняшний день. В частности, наиболее актуальной проблемой является открытие частиц скрытой массы. Существуют теории, в которых частицами скрытой массы являются как частицы Стандартной модели, так и выходящие за ее пределы. В данный момент наиболее актуальными теориями в этом вопросе являются:

- слабовзаимодействующие массивные частицы — вимпы (WIMPs - Weakly Interacting Massive Particles), обладающие подходящими значениями массы и сечения аннигиляции для их выхода из равновесия в ранней Вселенной с плотностью, характерной для скрытой массы;
- суперсимметричные частицы - частицы, часто относящиеся к классу вимпов, обладающие частицами-суперпартнерами, т.е. частицами, являющимися одновременно как фермионами, так и бозонами, обладающими спинами, различающимися на $1/2$;
- аксионо-подобные частицы, их объекты

и т.д. Более подробный обзор кандидатов на роль частиц скрытой массы можно найти, например, в [2] и [4].

2 Модель зеркального сектора

В рамках настоящей работы рассматривается так называемая модель зеркальной скрытой массы, которая, являясь одной из самых первых моделей скрытой массы, впервые была сформулирована в работах Ч. Янга, Ч. Ли, а также в работах И.Ю. Кобзарева, Л.Б. Окуня и И.Я. Померанчука в 50-х — 60-х годах прошлого столетия [3]. Согласно данной модели, для каждой известной науке элементарной частицы (электрона, фотона, позитрона, мюона и т.д.) должен существовать «зеркальный» партнер, т.е. частица, обладающая той же массой и свойствами взаимодействия, но правой киральностью. Киральность для дираковских частиц определяется как собственные значения матрицы Дирака γ^5 , которые, как известно из квантовой теории поля, равны ± 1 . Данная величина показывает, по какому представлению группы Пуанкаре преобразуется волновая функция частицы. Мотивацией может служить восстановление симметрии слабых взаимодействий: P -преобразование будет переводить левые частицы в зеркальные правые, что описано, например, в [5]. В такой теории зеркальные частицы — стабильные и массивные — могут служить кандидатами на роль скрытой массы.

Векторные калибровочные теории с безмассовыми фермионами Дирака проявляют киральную симметрию [6]. В этом случае киральности равносильна спиральность - проекция спина частицы на направление ее движения. Как и для более общего понятия киральности, спиральность может быть левой и правой. В экспериментах наблюдаются частицы с обеими видами спиральности.

В случае, если рассматривается фермион Дирака, имеющий массу, киральность и спиральность следует различать, поскольку такие частицы не проявляют киральной симметрии в силу наличия массового члена в лагранжиане, что будет рассмотрено ниже.

Подробнее на языке теории групп поля взаимодействий во Вселенной в рамках данной теории могут быть описаны как $[SU(3) \times SU(2) \times U(1)] \times [SU(3)' \times SU(2)' \times U(1)']$ или, с точки зрения теории Великого объединения, $SU(5) \times SU(5)'$, где штрих означает группы симметрии в зеркальном секторе [7].

Предполагается также, что каждая частица обычного сектора может вступать в кинетическое смешивание, т.е. во взаимодействие, с частицами зеркального сектора, хотя, в общем случае, в рамках рассматриваемой модели это требование может отсутствовать. Таким образом, например, фотоны обычного сектора могут взаимодействовать с фотонами зеркального, обычные нейтрино - с зеркальными и т.д. В связи с этим, допускается, что в условиях ранней Вселенной существовала асимметрия между температурой T обычного

сектора и температурой T' зеркального сектора, причем температура зеркального сектора должна быть крайне мала по сравнению с температурой обычного сектора на момент начала периода первичного нуклеосинтеза. Первичный нуклеосинтез чувствителен к плотности энергии Вселенной при $T \sim 1$ МэВ, которая обычно параметризуется в терминах эффективного числа степеней свободы $g_{*T} = g_{*T}^{st} + \Delta g_{*T}$, где Δg_{*T} — вклад любых дополнительных видов частиц в дополнение к стандартному значению $g_{*T}^{st} = 10,75$, вносимый фотонами, электронами, позитронами и тремя сортами нейтрино при указанной температуре. Поэтому вклад зеркальных фотонов, электронов, позитронов и нейтрино приводит к соотношению

$$\frac{\rho'}{\rho} \propto \left(\frac{T'}{T} \right)^4. \quad (1)$$

Разность температур T и T' в ходе космологической эволюции может возникнуть, если после инфляции обычный и зеркальный секторы нагреваются при разной температуре; затем они расширяются адиабатически с расширением Вселенной, без фазовых переходов первого рода, так что в обоих секторах энтропии сохраняются по отдельности. Поэтому соотношение T'/T должно быть постоянным во времени. Это выполняется, если во время и после инфляции нет существенного изменения энтропии. Если между двумя секторами существует взаимодействие, то оно должно быть достаточно слабым, чтобы не привести два сектора в тепловое равновесие между собой [7].

3 Параметр кинетического смешивания

Простейшей возможностью обнаружить взаимодействие частиц обычного сектора с зеркальным является кинетическое смешивание фотонов и зеркальных фотонов. С использованием диаграммной техники данный процесс может быть продемонстрирован петлевой диаграммой, представленной на

Кинетический член лагранжиана электромагнитного поля, ответственный за такое взаимодействие, записывается в виде

$$\mathcal{L}_{mix} = \frac{\epsilon}{2} F^{\mu\nu} F'_{\mu\nu}, \quad (2)$$

где ϵ — параметр кинетического смешивания, смысл которого будет установлен ниже, $F^{\mu\nu} = \partial^\mu A^\nu - \partial^\nu A^\mu$, $F'^{\mu\nu} = \partial^\mu A'^\nu - \partial^\nu A'^\mu$. Полное выражение для лагранжиана имеет вид

$$\mathcal{L}_{mix} = -\frac{1}{4}(F_{\mu\nu}F^{\mu\nu} + F'_{\mu\nu}F'^{\mu\nu} + 2\epsilon F_{\mu\nu}F'^{\mu\nu}) - eq_f A_\mu (\bar{f}\gamma^\mu f) - eq_f A'_\mu (\bar{f}'\gamma^\mu f'), \quad (3)$$

где f и f' обозначают частицы обычного и зеркального секторов соответственно; A_μ , A'_μ - векторные потенциалы в обычном и зеркальном секторах. Путем несложных преобразований этого лагранжиана, описанных в [7], показывается, что за счет кинетического смешивания зеркальные частицы с зеркальным электрическим зарядом q_f приобретают также дополнительный заряд, равный ϵq_f . Вследствие этого выходит, что сечение, т.е. интенсивность, данного процесса определяется именно параметром кинетического смешивания ϵ .

4 Цель и актуальность работы

Несмотря на то, что модель зеркальной скрытой массы была введена еще в 60-х годах прошлого века, она остается актуальной и на сегодняшний день. Результаты некоторых крупных экспериментов, таких, как DAMA/Libra, DAMA/NaI, CDMS и XENON10, можно интерпретировать в терминах существования зеркального сектора, т.е. введения зеркальных частиц, предполагая их кинетическое смешивание с частицами обычного сектора с параметром ϵ . При этом как в экспериментальных, так и теоретических работах, посвященных данной тематике, значения ϵ сильно различаются (вплоть до разницы в порядке данной величины). Так, например, в [8] рассматривается вопрос распада ортопозитрония как связующая реакция между обычным и зеркальным секторами. Диаграмма такого процесса приведена на рис. 2 [9]. Ожидается, что в случае, когда в результате эксперимента отсутствуют продукты распада, существует вероятность того, что они перешли в зеркальный сектор. В результате описанного эксперимента на параметр кинетического смешивания установлено ограничение $\epsilon < 3, 1 \cdot 10^{-7}$. В [9] показано, что значение параметра смешивания, устанавливаемое в результате экспериментов, может быть уточнено до $\epsilon \sim 10^{-9}$. При таком же порядке ϵ в терминах рассеяния зеркальных ядер можно объяснить результаты эксперимента DAMA/NaI, посвященного обнаружению частиц скрытой массы.

Кроме того, анализ результатов экспериментов DAMA/Libra, DAMA/NaI, CDMS и XENON10, приведенный в [10], показывает, что результаты экспериментов DATA могут быть интерпретированы именно как рассеяние зеркальных ядер с зарядом $\propto \epsilon$, на частицах вещества обычного сектора. В частности, лучшим кандидатом на воспроизведение результатов DAMA является зеркальный кислород. Разброс масс зеркального кислорода приводит к разбросу в допустимых значениях параметра смешивания: $\epsilon \sim 10^{-8} \sim 10^{-9}$.

Наконец, в [11] на основании ограничений, обеспеченных первичным нуклеосинтезом, приведена верхняя оценка параметра кинетического смешивания: $\epsilon < 3 \cdot 10^{-8}$.

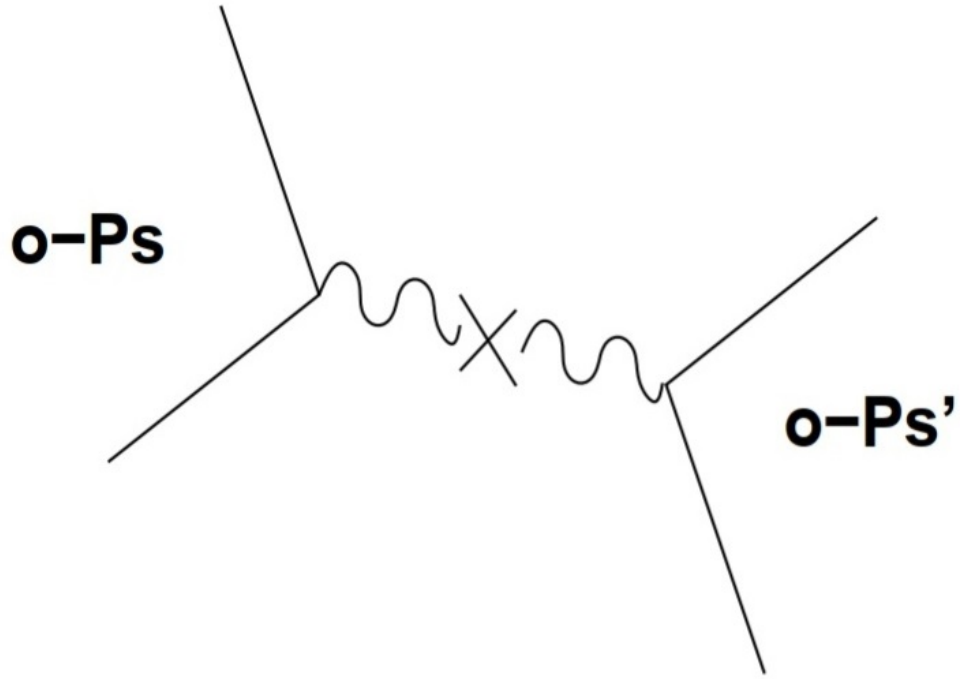


Рис. 1: Распад ортопозитрония с последующим переходом в зеркальный сектор

На основании приведенных фактов можно заключить, что на сегодняшний день в значениях параметра смешивания присутствует неопределенность, которая, быть может, отрицательно влияет на экспериментальные возможности обнаружения зеркального сектора. По этой причине наиболее точная оценка ϵ представляет собой особенно важную как теоретическую, так и экспериментальную задачу. Коррекция описанных выше ограничений важна для интерпретации результатов уже проведенных экспериментов в рамках рассматриваемой модели зеркального вещества, а также для будущих экспериментов в этой области.

Целью настоящей работы является уточнение космологических ограничений на параметр кинетического смешивания на основании [7], где $\epsilon = 10^{-9}$ и [12], где $\epsilon = 8,5 \cdot 10^{-10}$. Данные параметры получены на основании теоретических расчетов, воспроизведенных ниже. Видно, что представленные в данных работах значения параметра смешивания отличаются на порядок, что имеет под собой определенные причины, которые будут рассмотрены далее. Как уже было сказано, подобное различие в оценке параметра недопустимо с точки зрения постановки экспериментов, направленных на обнаружение скрытой массы, а также анализа их результатов.

5 Уравнения, описывающие эволюцию зеркального сектора

Простейшая возможность обнаружить взаимодействие зеркального вещества с частицами обычного сектора заключается в рассмотрении реакции аннигиляции электрон-позитронной пары с последующим переходом продуктов в зеркальный сектор, т.е. кинетическое смешивание фотонов может заполнить зеркальный сектор в ранней Вселенной посредством процесса $e^+e^- \rightarrow e'^+e'^-$ [12]. В настоящей работе рассматривается именно такой процесс заполнения зеркального сектора. В лагранжиане электромагнитного поля (3) за реализацию этого процесса отвечает кинетический член (2). В этих терминах процесс аннигиляции приводит к обмену энергией между секторами, причем эффективность данного процесса $\propto \epsilon^2$. В таком случае зеркальный сектор нагревается, т.е. соотношение температур T'/T растет. По этой причине можно установить космологические ограничения на параметр смешивания ϵ [7].

Как уже было упомянуто выше, в условиях ранней Вселенной для температур обычного и зеркального секторов должно выполняться соотношение $T \gg T'$. Ограничение отношения данных температур, обусловленное первичным нуклеосинтезом, имеет вид $T'/T \lesssim 0.6$ [13]. Кроме того, анализы, базирующиеся на основе математического моделирования реликтового излучения с применением численных методов, устанавливают другое его значение: $T'/T \lesssim 0.3$, что подробнее описано в [14] и [15]. Это приводит к увеличению плотности энергии ρ' в зеркальном секторе. Таким образом, можно говорить об эволюции зеркального сектора, которая в самом общем случае описывается уравнением

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = \xi(T), \quad (4)$$

где $\xi(T)$ - известная функция, характеризующая процесс заполнения зеркального сектора. Далее в настоящей работе будут рассматриваться различные частные случаи уравнения (4), которое мы будем зачастую называть уравнением эволюции (заполнения зеркального сектора).

5.1 Случай пренебрежения массой электрона

В общем случае в [12] уравнение (4) имеет вид

$$\frac{\partial \rho'}{\partial t} = n_{e^+}n_{e^-} \langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle, \quad (5)$$

где σ — сечение взаимодействия, v_{Mol} — скорость Мёллера — относительная релятивистская скорость столкновения двух налетающих потоков частиц

[16], \mathcal{E} — энергия, передаваемая зеркальному сектору в процессе реакции. В дальнейшем в уравнении (5), полагая $\rho = \pi^2 g T^4 / 30$, удобнее перейти к величине ρ' / ρ , чтобы исключить временную зависимость вследствие расширения Вселенной, а также использовать связь, полученную на основании известного выражения для параметра Хаббла:

$$t = 0.3 g^{-1/2} \frac{M_{Pl}}{T^2},$$

где $M_{Pl} \simeq 1.22 \cdot 10^{22}$ МэВ — масса Планка. В таком случае имеем

$$\frac{\partial \rho' / \rho}{\partial T} = \frac{-n_{e^+} n_{e^-} \langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle}{\pi^2 g T^4 / 30} \cdot \frac{0.6 M_{Pl}}{\sqrt{g} T^3}. \quad (6)$$

Рассмотрим уравнение (6), используя статистику Максвелла и игнорируя принцип запрета Паули. Таким образом, пренебрегая в пределе массой электрона, имеем релятивистский предел рассматриваемой модели. В этом случае

$$n_{e^+} \simeq n_{e^-} \simeq \frac{3\zeta(3)}{2\pi^2} T^3,$$

где $\zeta(3)$ — постоянная Апери. Выражение для $\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle$ имеет вид

$$\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle = \frac{2\pi \alpha^2 \epsilon^2}{3T},$$

где $\alpha = 1/137$ — электромагнитная константа связи. Более подробный вывод данного соотношения, основанный на кинематических соображениях, представлен в [12]. С учетом данных преобразований уравнение (6) приобретает вид

$$\frac{\partial \rho' / \rho}{\partial T} = -\frac{A}{T^2}, \quad (7)$$

где

$$A = \frac{27\zeta(3)^2 \alpha^2 \epsilon^2 M_{Pl}}{\pi^5 g \sqrt{g}}.$$

В достаточно хорошем приближении радиационная составляющая зеркального сектора состоит из зеркальных электронов, позитронов и фотонов. Это приводит к значению $g' = 11/2$ и, следовательно, к преобразованию выражения (1) для перехода от соотношения плотностей зеркального и обычного секторов к соотношению их температур к виду

$$\frac{\rho'}{\rho} = \frac{g'}{g} \left(\frac{T'}{T} \right)^4, \quad (8)$$

где $g'/g = 22/43$.

Видно, что в релятивистском пределе уравнение (5), преобразованное в уравнение (6), является уравнением с разделяющимися переменными и, следовательно, имеет аналитическое решение, которое описывается формулой

$$\frac{T'}{T} = \left(\frac{g}{g'} A \right)^{1/4} \left(\frac{1}{T} - \frac{1}{T_i} \right)^{1/4} \quad (9)$$

и является решением задачи для уравнения (7) с начальным условием $T'(T_i) = 0$, где T_i — начальная температура. График этого решения представлен на рис. 2.

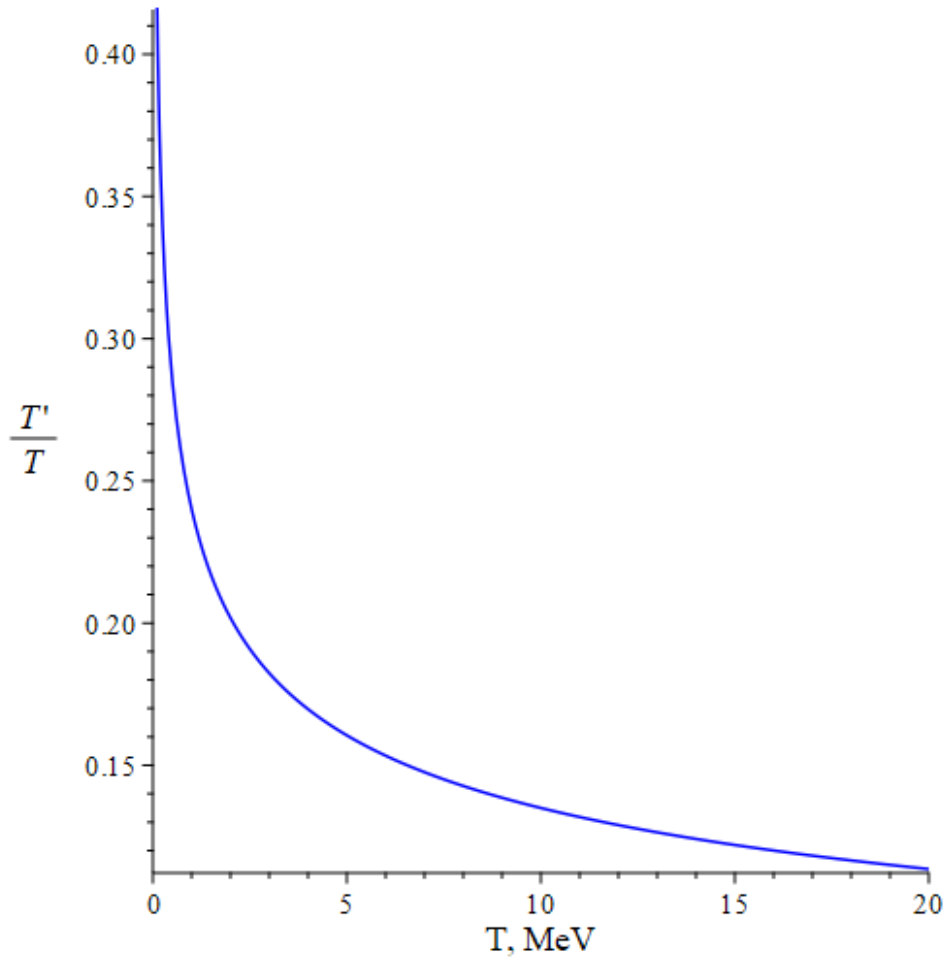


Рис. 2: График зависимости отношения температур в зеркальном и обычном секторах от температуры в пренебрежении массой электрона

5.2 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии

С учетом массы электрона выражение для концентрации n_{e^-} электронов и позитронов приобретает вид распределения Ферми-Дирака

$$n_{e^+} \simeq n_{e^-} \simeq \frac{1}{\pi^2} \int_{m_e}^{\infty} \frac{\sqrt{E^2 - m_e^2} E}{1 + e^{E/T}} dE. \quad (10)$$

Рассмотрим теперь величину, характеризующую скорость заполнения зеркального сектора $\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle$, учитывая массу электрона. В этом случае выражение для нее приобретает более сложный вид

$$\langle \sigma v_{Mol} \mathcal{E} \rangle = \frac{1}{8m_e^4 T^2 K_2^2(m_e/T)} \int_{4m_e^2}^{\infty} ds \sigma(s - 4m_e^2) \sqrt{s} \int_{\sqrt{s}}^{\infty} dE_+ e^{-E_+/T} E_+ \sqrt{\frac{E_+^2}{s} - 1}, \quad (11)$$

где $K_2(m_e/T)$ — модифицированная функция Бесселя 2-го порядка. Сечение здесь

$$\sigma = \frac{4\pi}{3} \alpha^2 \epsilon^2 \frac{1}{s^3} (s + 2m_e^2)^2.$$

С учетом вида величины (11), становится ясным, что уравнение (6) в данном случае не может быть решено аналитически.

5.2.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению, скорости Мёллера и передаваемой энергии

Рассмотрим более подробно вопрос о решении уравнения (6). Как уже было упомянуто, данное уравнение не может быть решено аналитически, поэтому для его решения использованы численные методы, заключающиеся в аппроксимации правой части уравнения легко интегрируемыми функциями. При этом решение данного уравнения в переменных T'/T с учетом упомянутого выше ограничения из [12] ограничено значением 0,3 и должно иметь асимптотику $\propto T^{-1/4}$ при больших значениях температуры, т.е. с определенной точностью сходиться с решением в случае пренебрежения массой электрона.

Все действия по решению уравнения (6) произведены в программном пакете Maple. На рис. 3(а) представлен график зависимости правой части данного уравнения от температуры обычного вещества.

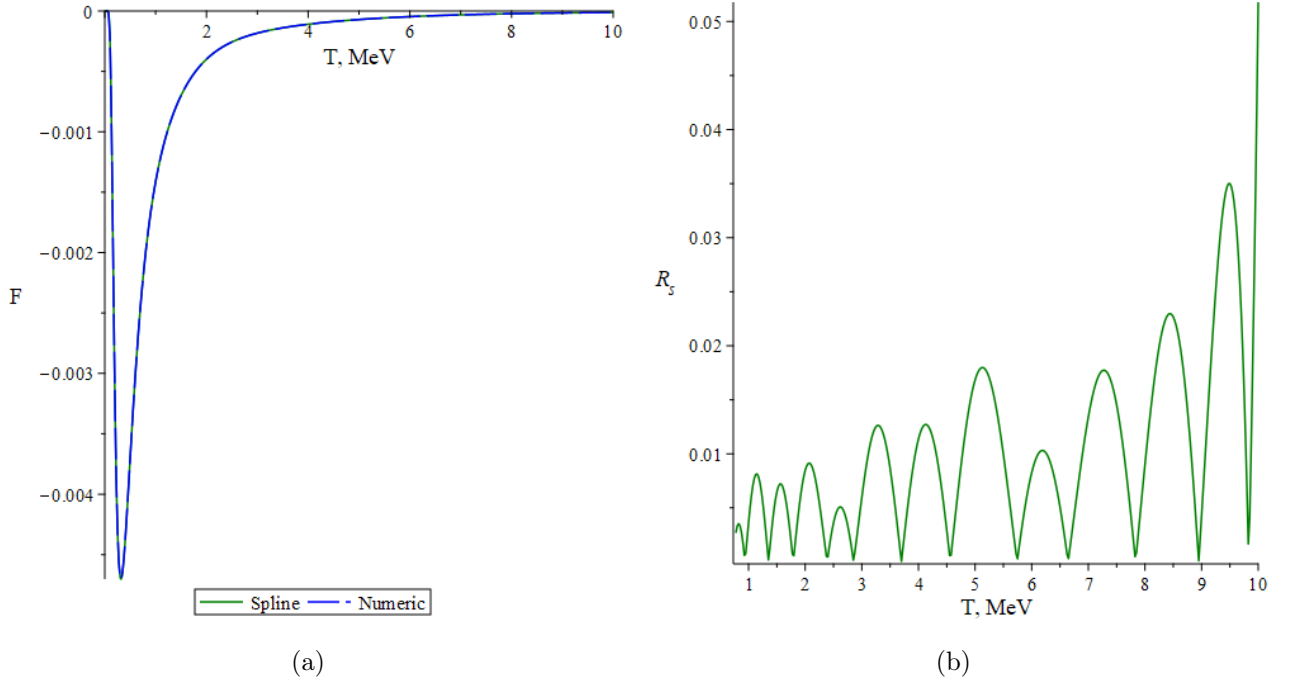


Рис. 3: (а) - график зависимости правой части уравнения (6), сопоставленный со сплайном; (б) - относительная ошибка аппроксимации

Видно, что правая часть имеет сложную структуру с точки зрения решения дифференциального уравнения (6), по причине чего возникает вопрос выбора наилучшей аппроксимирующей функции. В качестве такой функции в итоге выбран сплайн третьего порядка. Его график, совмещенный с графиком правой части уравнения на промежутке $0 < T < 20$, представлен на рис. 3(а). На рис. 3(б) представлена относительная ошибка данной аппроксимации.

График решения уравнения (6), полученного в результате интегрирования правой части в виде сплайна, представлен на рис. 3(а), 3(б). Видно, что даже при использовании сплайн-аппроксимации график не обладает нужной асимптотикой. Это может быть связано с конечностью промежутка аппроксимации.

Рассмотрим, как изменяется решение уравнения (6) в зависимости от способа аппроксимации его правой части. Для этого в работе, помимо аппроксимации сплайном, исследовано поведение решения при принципиальном изменении вида аппроксимирующей функции, а также при изменении ее параметров.

Сначала выберем в качестве аппроксимирующей функции обобщенный многочлен вида

$$F_m(T) = \sum_{n=1}^m (-1)^{n+1} C_n e^{-\beta T} \sqrt{T}, \quad (12)$$

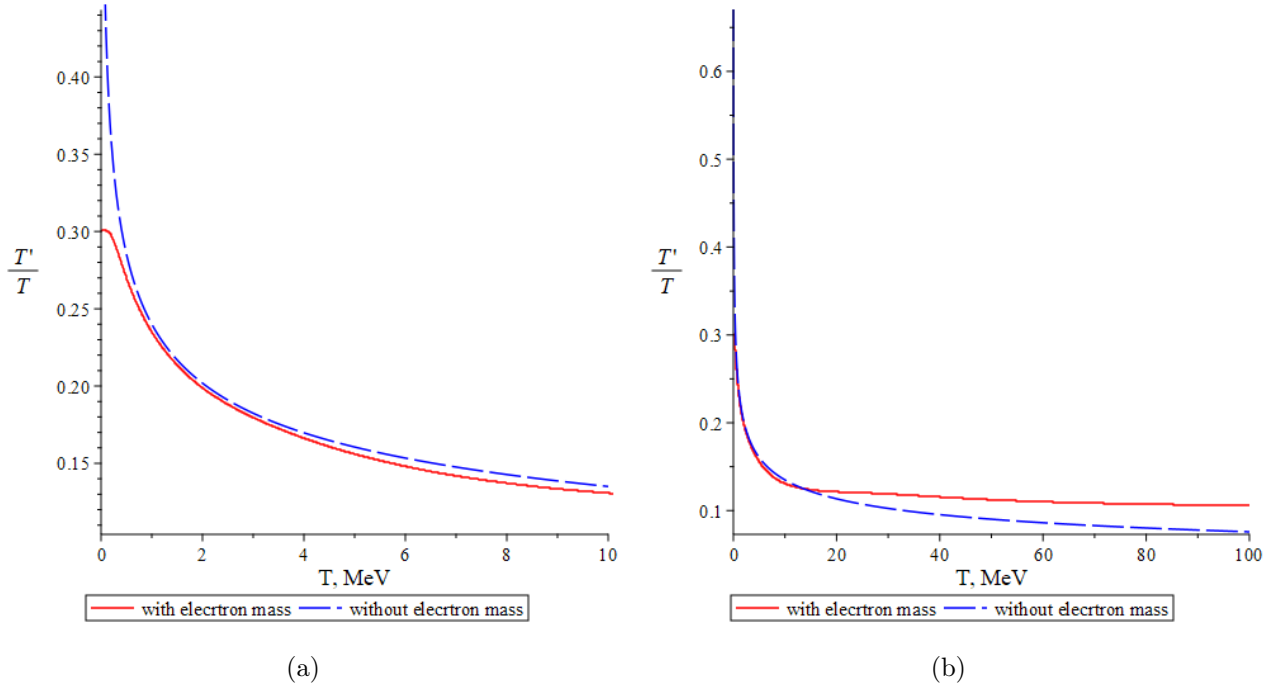


Рис. 4: (a) — график зависимости решения уравнения (15), сопоставленный с графиком решения в случае пренебрежения массой электрона в промежутке $0 < T < 10$; (b) — в промежутке $0 < T < 100$.

где β и C_n — параметры, подлежащие определению. Получившийся график аппроксимирующей функции $F_m(T)$, сопоставленный с графиком правой части уравнения (6), представлен на рис. 5(a).

Для данной фитирующей функции получена относительная невязка, график которой представлен на рис. 3(b). Из приведенного графика видно, что уже при относительно небольших значениях температуры ошибка приближения существенно возрастает, что в итоге приводит к расходимости решения, т.е. требуемая асимптотика наблюдаться не будет.

Действительно, решение уравнения (6) с правой частью в форме (12) при $m = 10$, которое, в свою очередь, с учетом описанной интерполяции теперь интегрируется в квадратурах, имеет вид, представленный на рис. 5(c) (для перехода от соотношения плотностей к соотношению температур использована связь (9)). Также на данном графике показана зависимость соотношения T'/T температур зеркального и обычного секторов соответственно для случая пренебрежения массой электрона.

Как уже было сказано ранее, ожидается, что при больших значениях температуры график решения основного уравнения с учетом массы электрона стремится к графику решения в случае пренебрежения этой массой. Интегрируя уравнение (6), становится окончательно ясным, что при использо-

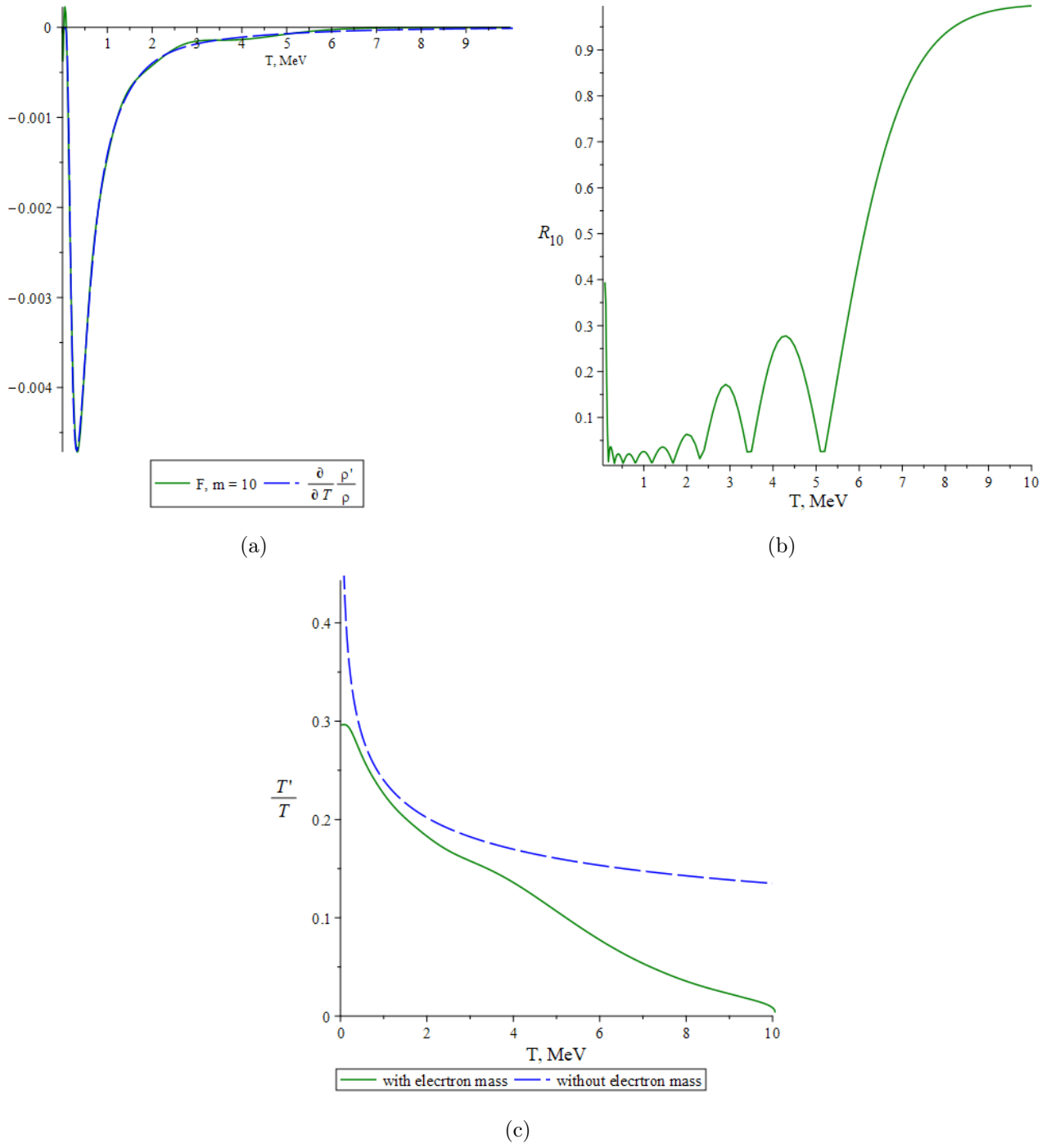


Рис. 5: (a) — график зависимости правой части уравнения (??), сопоставленный с аппроксимирующей функцией $F_{10}(T)$; (b) — невязка для аппроксимирующей функции $F_{10}(T)$

вании интерполяционной функции (12) при $m = 10$ требуемая асимптотика отсутствует.

Рассмотрим поведение интерполяционной функции (12) при других количествах членов разложения. Соответствующие графики $F_m(T)$ для случаев $m = 10; 5; 90; 50$ сопоставлены на рис. 6(a). Анализируя приведенные графики, можно утверждать, что изменение количества членов разложения не позволяет избавиться от осцилляций, возникающих вследствие накопления ошибки аппроксимации. Так, на рис. 6(b) изображен график решения уравнения (6) при количестве членов разложения аппроксимирующей функции (12) $m = 90$. Видно, что при малых температурах ($T \lesssim 2$ МэВ) графики решений близки, на что указывает малость ошибки аппроксимации в данном диапазоне температур, однако при больших T ошибка начинает резко возрастать, что свидетельствует о том, что и в этом случае решение не обладает требуемой асимптотикой.

Далее рассмотрим в качестве аппроксимирующей функции обобщенный многочлен вида

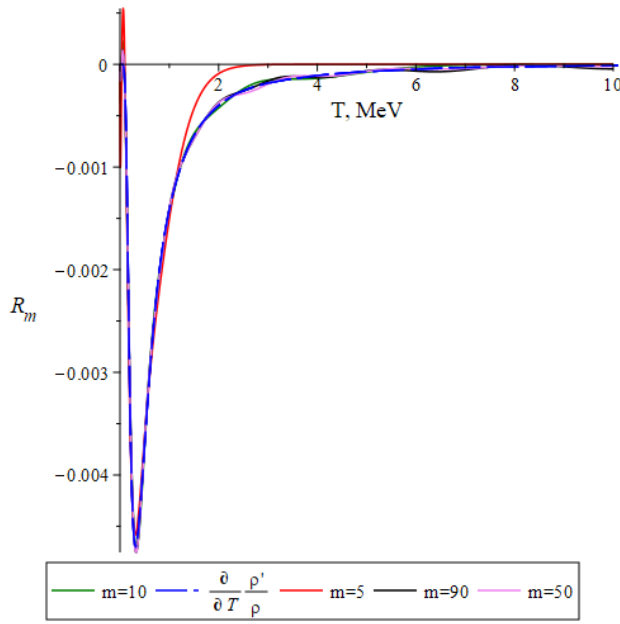
$$F_m(T) = \sum_{n=1}^m (-1)^{n+1} C_n \frac{e^{-\beta T}}{T^4}. \quad (13)$$

Для выбранного многочлена (13) произведены все те же операции, что и для (6), т. е. получены графики аппроксимирующих функций, их невязок и решений для различных значений количества членов разложения. На рис. 7(a), 7(b), 7(c) приведены графики аппроксимации, наилучшей степени ошибки и соответствующее ей решение. Видно, что и в данном случае решение не обладает нужной асимптотикой, несмотря на хорошее приближение при малых T , поэтому для получения наиболее точного решения уравнения использован метод, описанный ниже.

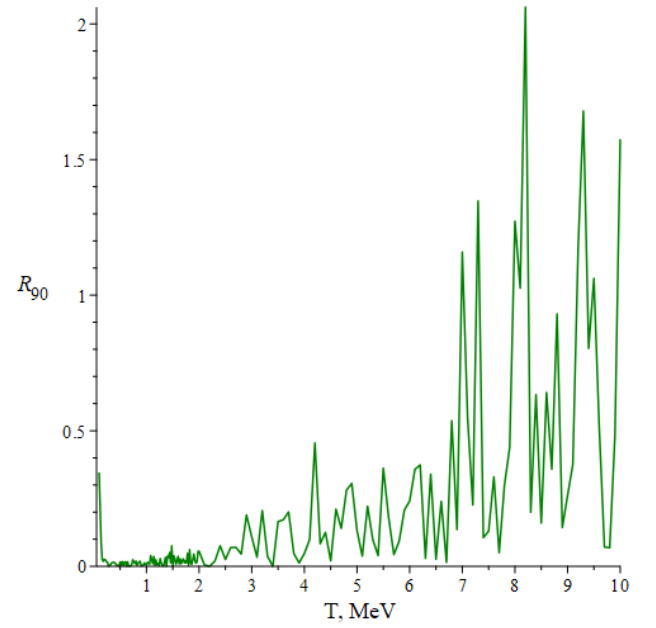
Возьмем в качестве аппроксимирующей функции правой части уравнения эволюции кусочно-непрерывную функцию вида

$$F_m(T) = \begin{cases} \sum_{n=1}^{100} C_n e^{-20T} T^{-1/4}, & T < 4 \\ \frac{a}{T^2}, & T \geq 4 \end{cases} \quad (14)$$

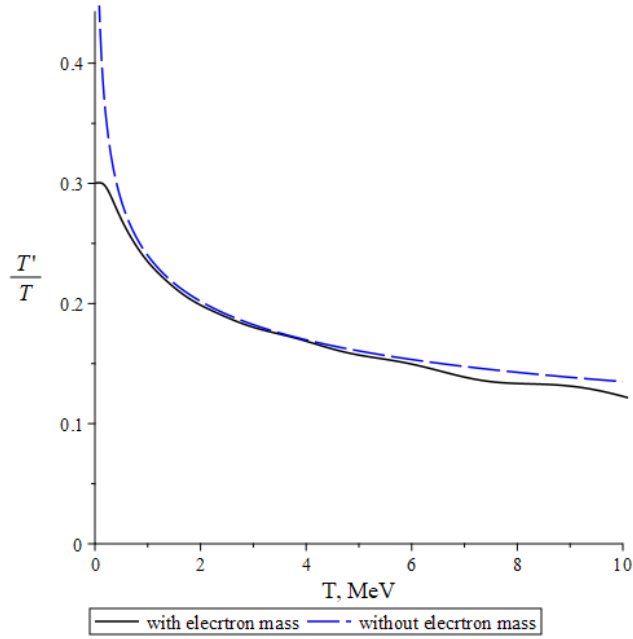
Здесь a - параметр. При интегрировании уравнения с подобной правой частью получено решение, представленное на рис. 8(a) и 8(b). Видно, что в данном случае решение обладает требуемой асимптотикой, т.е. стремится к релятивистскому случаю. Сопоставляя полученный результат с приведенным в [12], можно утверждать, что приведенные графики совпадают с полученными



(a)

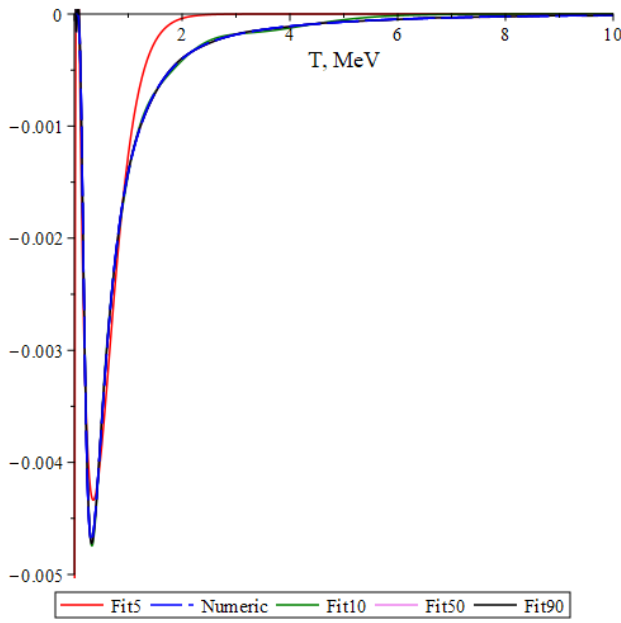


(b)

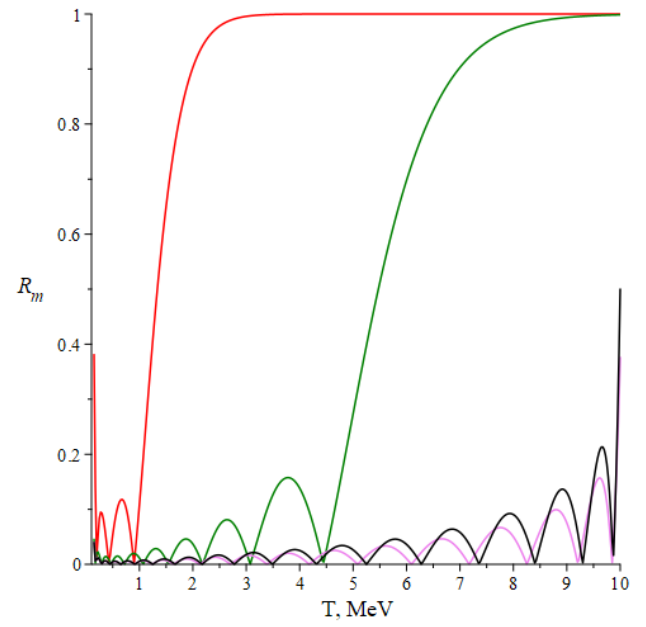


(c)

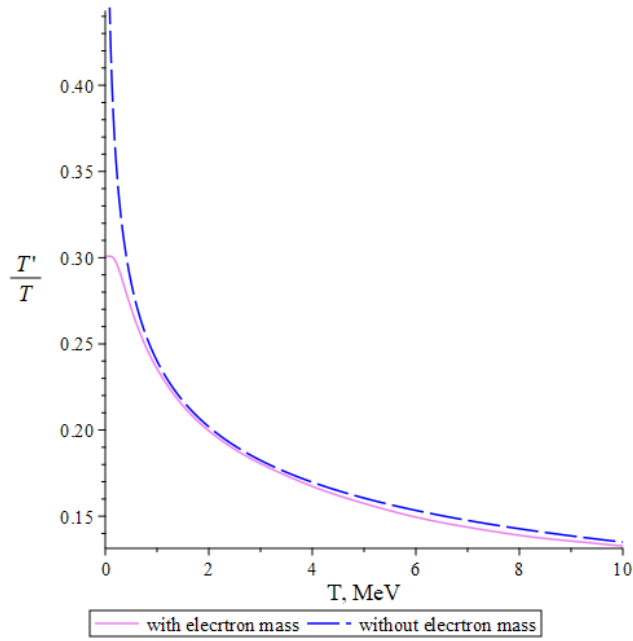
Рис. 6: (a) - график зависимости правой части уравнения (6), сопоставленный с различными аппроксимациями при разных количествах членов разложения; (b) - относительная ошибка для аппроксимирующей функции $F_{90}(T)$; (c) - решение для данной функции



(a)



(b)



(c)

Рис. 7: (a) - график зависимости правой части уравнения (6), сопоставленный с аппроксимирующей функцией $F_m(T)$ для различных значений m ; (b) - соответствующие ошибки; (c) - решение в случае $m = 90$

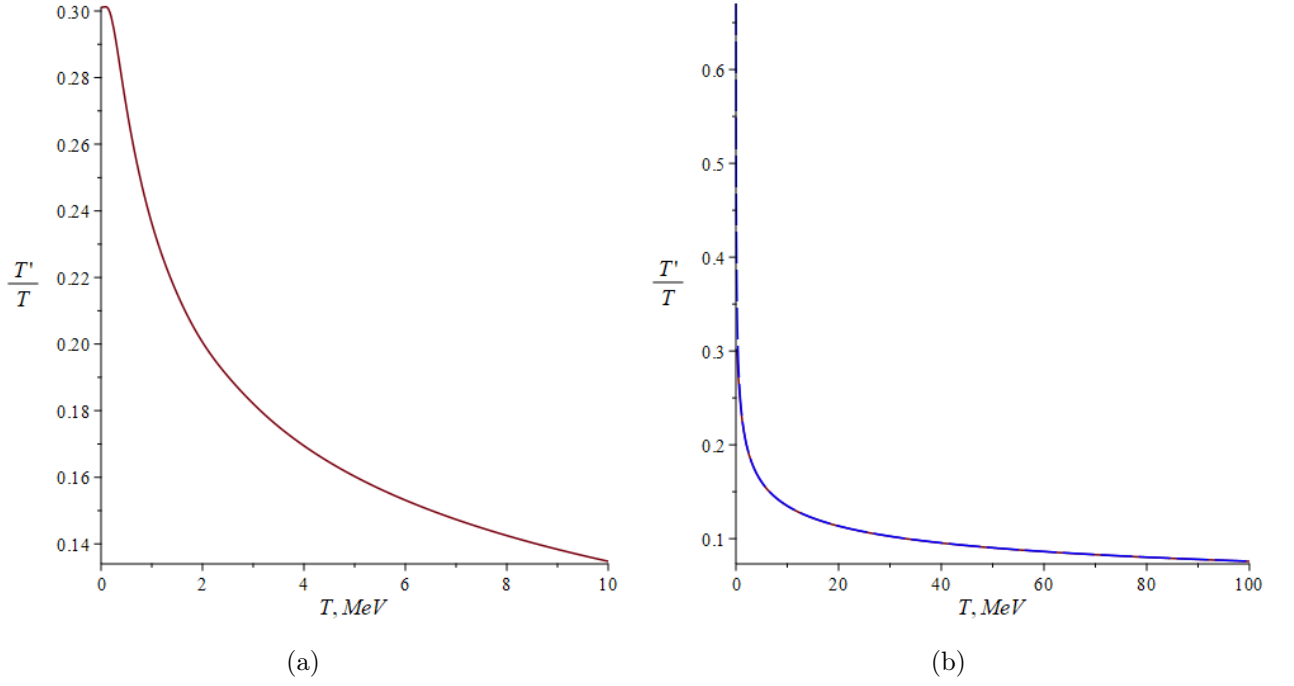


Рис. 8: (а) - решение уравнения с правой частью в виде (11) в интервале $0 < T < 10$; (б) - решение в интервале $0 < T < 100$

ми, откуда следует, что грубая оценка параметра кинетического смешивания составляет $\epsilon \simeq 8,5 \cdot 10^{-10}$.

5.3 Случай учета массы электрона и усреднения по сечению и скорости Мёллера

Как уже упоминалось во введении к работе, интерес представляет расхождение значений параметров кинетического смешивания в [12], и [7].

Обратимся теперь к результатам, представленным в [7]. Различием является тот факт, что выражение для параметра, отвечающего за скорость заполнения зеркального сектора, имеет иную структуру, чем в [12], в силу того, что усреднение в данном случае ведется по сечению взаимодействия σ и скорости Мёллера v_{Mol} , исключая энергию:

$$\langle \sigma v_{Mol} \rangle = \frac{1}{8m_e^4 T^2 K_2^2(m_e/T)} \int_{4m_e^2}^{\infty} \sigma(s - 4m_e^2) \sqrt{s} K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right) ds, \quad (15)$$

где $K_1\left(\frac{\sqrt{s}}{T}\right)$ — модифицированная функция Бесселя 1-го порядка.

Как и в предыдущем случае, в рамках работы получен график параметра (15), представленный на рис. 9.

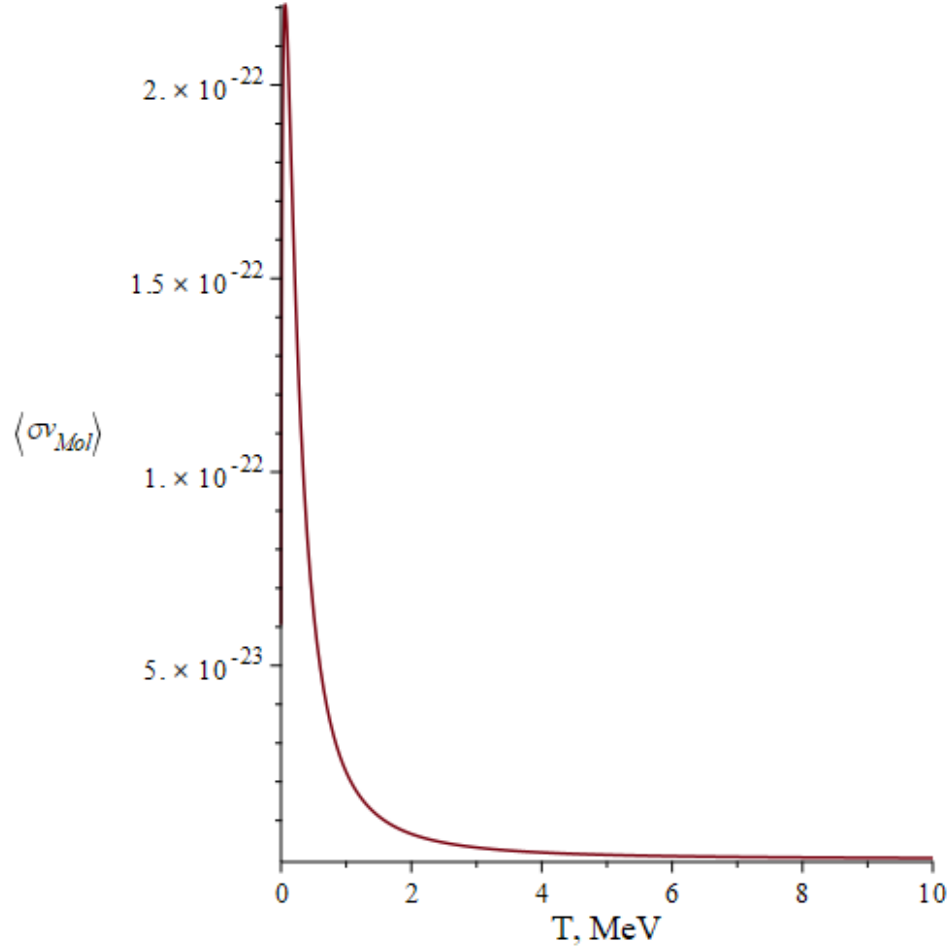


Рис. 9: График зависимости $\langle \sigma v_{Mol} \rangle$ от температуры T

5.3.1 Решение уравнения эволюции зеркального сектора в случае усреднения по сечению и скорости Мёллера

Аналогично случаю учета энергии, передаваемой зеркальному сектору, в усреднении, уравнение решается с помощью метода аппроксимации его правой части. Аппроксимация также проводилась сплайном третьего порядка. График этой аппроксимации, сопоставленный с графиком правой части уравнения эволюции, представлен на рис.10(а). Решение уравнения с правой частью в форме сплайна представлено на рис. 10(b).

Видно, что и в данном случае решение не обладает требуемой асимптотикой, приведенной в [7]. Однако, как и в случае усреднения с учетом передаваемой зеркальному сектору энергии, можно оценить параметр кинетического

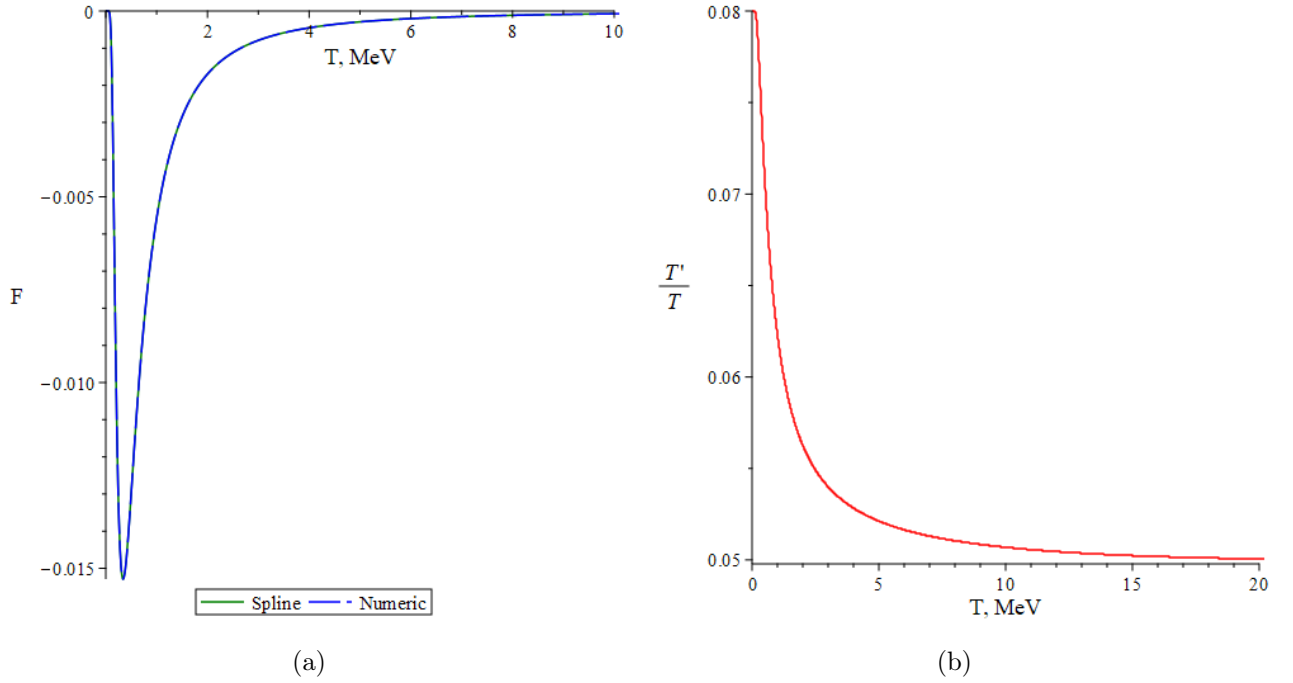


Рис. 10: (а) - график зависимости правой части уравнения (??) в случае усреднения по сечению и скорости Меллера, сопоставленный с аппроксимацией в виде сплайна; (б) - решение

смешивания, поскольку график имеет нужную нормировку. Следовательно, в данном случае грубая оценка параметра кинетического смешивания составляет $\epsilon \simeq 10^{-9}$. Как и в предыдущем случае, это лишь грубая оценка, которая нуждается в корректировке посредством обеспечения требуемой асимптотики при больших значениях T .

Заключение

Таким образом, в результате работы:

- для уравнения (??) из [12] и [7] получены решения, отвечающие различным видам аппроксимирующих функций;
- изучено влияние изменения параметров аппроксимирующих функций на вид решения данного уравнения.
- получены грубые оценки параметра кинетического смешивания для обеих статей.

Дальнейшее развитие работы состоит в следующем:

- получении решения, наиболее точно удовлетворяющего асимптотическому условию при стремлении к (9);
- получении ограничений на параметр кинетического смешивания для рассмотренной модели зеркальной скрытой массы;
- выяснении вида взаимодействия, отвечающего за кинетическое смешивание с зеркальным сектором.

Список литературы

- [1] P. A. R. Ade et al.(Planck Collaboration). Planck 2015 results. *Astron. Astrophys.* 594, A13, 10 2016.
- [2] В.А. Рябов А.М. Цховребов, В.А. Царев. Поиски частиц темной материи. *УФН, Том 178, №11*, 11 2008.
- [3] С.И. Блинников. Зеркальное вещество и другие модели для темной материи. *УФН, Том 184, №2*, 2 2014.
- [4] В.А. Рубаков Д.С. Горбунов. Введение в теорию ранней Вселенной. *ЛКИ*, 2012.
- [5] H. Lew R. Foot and R. R. Volkas. A model with fundamental improper spacetime symmetries. *Phys. Lett. B* 272, 6 1991.
- [6] К.В. Степаньянц. Классическая теория поля. *М: ФИЗМАТЛИТ*, 2009.
- [7] Zurab Berezhiani and Angela Lepidi. Cosmological bounds on the "millicharges" of mirror particles. *Phys.Lett.B681:276-281*, 11 2009.
- [8] L. Gerchow C. Vigo et al. First search for invisible decays of ortho-positronium confined in a vacuum cavity. *Phys. Rev. D* 97, 092008, 3 2018.
- [9] A. Badertscher et al. An apparatus to search for mirror dark matter via the invisible decay of orthopositronium in vacuum. *Int.J.Mod.Phys.A19:3833-3848*, 11 2003.
- [10] R. Foot. Mirror dark matter and the new DAMA/LIBRA results: A simple explanation for a beautiful experiment. *Phys.Rev.D78:043529*, 7 2008.
- [11] E. D. Carlson and S. L. Glashow. Nucleosynthesis versus the mirror universe. *Phys.Lett.B193:168-170*, 7 1987.
- [12] P. Ciarcelluti and R. Foot. Early Universe cosmology in the light of the mirror dark matter interpretation of the DAMA/Libra signal. *Phys.Lett.B679:278-281*, 9 2008.
- [13] A. D. Dolgov Z. G. Berezhiani and R. N. Mohapatra. Asymmetric Inflationary Reheating and the Nature of Mirror Universe. *Phys.Lett.B375:26-36*, 11 1995.
- [14] A. Yu. Ignatiev and R. R. Volkas. Mirror dark matter and large scale structure. *Phys.Rev.D68:023518*, 4 2003.

- [15] D. Comelli Z. Berezhiani, P. Ciarcelluti and F. L. Villante. Mirror dark matter and large scale structure. *Int.J.Mod.Phys.D14:107-120*, 7 2004.
- [16] M. Cannoni. Lorentz invariant relative velocity and relativistic binary collisions. *International Journal of Modern Physics A* Vol. 32, No. 02n03, 1730002, 2017.