

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ  
ФЕДЕРАЦИИ ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ  
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«НАЦИОНАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЯДЕРНЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
«МИФИ»

УДК 539.1.05

РЕФЕРАТ НА ТЕМУ

**НЕЙТРОННАЯ ЗВЕЗДА КАК ДЕТЕКТОР СКРЫТОЙ  
МАССЫ**

Студент

\_\_\_\_\_ С. О. Пугачев

Преподаватель,

д.ф.-м.н.

\_\_\_\_\_ М. Ю. Хлопов

Москва 2021

# 1. НЕЙТРОННЫЕ ЗВЕЗДЫ

Нейтронные звезды - это крайне интересные астрономические объекты, которые были предсказаны теоретически до их открытия наблюдателями. В 1932 году Джеймс Чедвик открывает нейтрон, а уже в 1933 году Вальтер Бааде и Фриц Цвикки на съезде Американского физического общества сделали предсказание о существовании нейтронных звезд. Они предположили, что такие объекты должны обладать высокой плотностью и малым радиусом. Также они выдвинули предположение, что нейтронные звезды должны образовываться в результате взрыва сверхновой. Теперь необходимо было найти такие объекты, но расчеты показывали, что излучение в оптическом диапазоне от нейтронных звезд крайне слабое, чтобы обнаружить от оптических телескопов того времени.

Интерес к нейтронным звёздам усилился в 1960-х годах, когда начала развиваться рентгеновская астрономия, так как теория предсказывала, что максимум их теплового излучения приходится на область мягкого рентгена. Однако неожиданно они были открыты в радионаблюдениях. В 1967 году Джоселин Белл, аспирантка Э. Хьюиша, открыла объекты, излучающие регулярные радиоимпульсы. Это явление было объяснено узкой направленностью радиолуча от быстро вращающегося космического объекта — своеобразный «космический радиомаяк». Но любая обычная звезда разрушилась бы от центробежных сил при столь высокой скорости вращения. На роль таких «космических маяков» были пригодны только нейтронные звёзды. Пульсар PSR B1919+21 считается первой открытой нейтронной звездой. В 1971 г. рентгеновским спутником «Ухуру» были зарегистрированы «рентгеновские пульсары», излучение которых объяснили аккрецией вещества на нейтронную звезду в тесной двойной системе.

## 2. ОСНОВНЫЕ СВЕДЕНИЯ

2 Основные сведения о нейтронных звёздах Нейтронные звезды – компактные объекты, недра которых в значительной мере состоят из нейтронов. При типичной массе  $M \approx 1.4 M_\odot$

, где  $M_\odot$

$= 2 \times 10^{33}$  г – масса Солнца нейтронная звезда обладает радиусом  $R \approx 10-14$  км, средняя массовая плотность в такой звезде  $\approx 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>, примерно в 3 раза превышая типичную плотность тяжёлого атомного ядра – нормальную ядерную плотность  $\rho_0 = 2.8 \times 10^{14}$  г/см<sup>3</sup>. Состав такого вещества до сих пор обсуждается. Для нейтронных звёзд, в отличие от обычных, большую роль играют эффекты общей теории относительности [3]. Структура невращающихся звёзд определяется релятивистским уравнением гидростатического равновесия сферически симметричного тела – уравнением Толмена-Оппенгеймера-Волкова. Следует отметить, что почти для всех вращающихся нейтронных звёзд это уравнение даёт очень хорошее приближение, если этого недостаточно, то эффекты вращения можно учесть по теории возмущения [4]. Наименьший возможный период вращения составляет 0.5 мс, но наименьший наблюдаемый на сегодня период почти в три раза больше, 1.396 мс [5]. Решение уравнения ТОВ для заданного уравнения состояния вещества нейтронной звезды даёт семейство моделей структуры звезды, параметром которого является плотность  $\rho$  в центре звезды. Условие устойчивости, требующее, чтобы  $M(\rho)$  была возрастающей функцией, выполняется в некотором интервале масс и радиусов, определяемых уравнением состояния. Верхняя допускаемая современной теорией граница массы звезды  $M_{\max} \approx 1.5 M_\odot$

$\approx 2.5 M_\odot$

], а нижняя граница  $M_{\min} \approx 0.1 M_\odot$

Ещё в обзоре В.Л.Гинзбурга 1971 г. [6] было отмечено, что типичные магнитные поля нейтронных звёзд должны составлять  $B \approx 10^{12}$  Гс, что на шесть порядков превосходит типичные поля белых карликов, но для ока-

звания существенного влияния на крупномасштабную структуру нейтронной звезды необходимы поля по крайней мере большие  $B \sim 10^{16}$  Гс. Тем самым известные нам магнитные поля могут оказывать существенное влияние лишь на процессы в оболочках. Ценность нейтронных звёзд и пульсаров для современной физики сложно преувеличить: помимо изучения сверхплотного вещества, которое невозможно получить в лаборатории, эти звёзды предоставляют возможность тестировать теории гравитации. Рассмотрим параметр компактности для нейтронной звезды:  $g = rg/R$ , (1) где  $rg = 2GM/c^2$   $2.95M$  км

км – гравитационный радиус Шварцшильда Подставляя в (1) параметры канонической нейтронной звезды:  $M = 1.4M_\odot$

и  $R = 10$  км, мы видим, что для неё эффекты ОТО составляют десятки процентов, тем самым есть надежда зафиксировать гравитационные волны от вращающейся нейтронной звезды, форма которой отлична от эллипсоида вращения 4 или от слияния двух нейтронных звёзд. По всей видимости наилучшим инструментом для регистрации этих волн могут служить двойные нейтронные звёзды с компактными орбитами, подобные пульсару Халса-Тейлора, открытому в 1974 г. (Нобелевская премия 1993 г.). За счёт компактности двойной системы Халса-Тейлора (большая полуось орбиты составляет около двух миллионов километров), удалось измерить уменьшение орбитального периода, которое оказалось в полном согласии с предсказаниями ОТО. Также удалось измерить релятивистское смещение перицентра для этой системы:  $4.22^\circ/\text{год}$  – на порядки превосходит вековое смещение перигелия Меркурия (точнее  $\sim 7.5^\circ/\text{век}$ ). Безусловно достойно упоминание открытие пульсара PSR J1903 + 0327 в 2005 г. Этот объект вращается по сильно вытянутой орбите ( $e = 0.44$ ) в паре со звездой главной последовательности – обычной звездой с массой  $M \sim M_\odot$

. По наблюдениям на радиотелескопе Аресибо и в предположении, что прецессия орбиты вызвана исключительно эффектами ОТО, была получена оценка массы пульсара  $M = 1.67 \pm 0.01M_\odot$

[7]

# 3. СТРОЕНИЕ НЕЙТРОННОЙ ЗВЕЗДЫ

В типичной нейтронной звезде можно выделить две основные области – ядро и оболочку. Оболочка, в свою очередь подразделяется на твёрдую кору и жидкий океан, а ядро – на внешнее и внутреннее. Внешнее ядро нейтронной звезды обычно имеет толщину порядка нескольких километров и массовую плотность в диапазоне  $0.5\rho_0 < \rho < 2\rho_0$ . О веществе внешнего ядра существуют чёткие представления: оно представляет собой сверхтекучую нейтронную жидкость с примесью сверхпроводящей протонной компоненты, а также электронов и  $\mu$  мезонов, все компоненты сильно вырождены. Внутреннее ядро занимает центральную область с  $\rho > 2\rho_0$ , радиус которой может достигать до нескольких километров, но присутствует только у массивных нейтронных звёзд:  $M > 1.4M_\odot$ . Состав и свойства вещества во внутреннем ядре неизвестны, так как результат их расчёта зависит от используемого теоретического описания. Известные теоретические модели допускают следующие возможности: • гиперонизация вещества – появление различных гиперонов (прежде всего  $\Lambda$  и  $\Sigma$ -гиперонов); • каонная конденсация – образование бозе-конденсата из коллективных возбуждений, имеющих свойства К-мезонов; • пионная конденсация – образование аналогичного конденсата из  $\pi$ -мезонов • деконфайнмент – фазовый переход к кварковой материи. Последние три варианта возможны, в отличие от первого, не для всех современных теоретических моделей вещества сверхъядерной плотности, поэтому их именуют экзотическими, глава 7 из [4]. Кора нейтронной звезды подразделяется на внутреннюю, в которой ядра, составляющие кулоновскую кристаллическую решётку, погружены в «море» свободных электронов и нейтронов и внешнюю, где свободных нейтронов нет. «Дно» внутренней коры определяется плотностью  $0.5\rho_0$ , при которой атомные ядра сливаются в однородную массу. Внешняя кора нейтронной звезды имеет толщину в несколько сотен метров и состоит из полностью ионизованной электрон-ионной плазмы. Давление почти полностью определяется силь-

но вырожденной электронной составляющей, при  $\rho \approx 10^6$  г см<sup>3</sup> электроны становятся релятивистскими и в глубоких слоях их импульс Ферми возрастает настолько, что ядра начинают обогащаться нейтронами за счёт бета-захватов. Наконец при  $\rho \approx 5 \times 10^{11}$  г см<sup>3</sup> появляются свободные нейтроны. Наружную границу внешней коры традиционно располагают в точке кристаллизации кулоновской жидкости, из которой состоит океан нейтронной звезды. Пограничный слой нейтронной звезды – газообразная плазменная атмосфера. В атмосфере формируется спектр теплового электромагнитного излучения, он содержит ценную информацию об эффективной температуре поверхности, гравитационном ускорении, химическом составе, магнитном поле, а также о массе и радиусе звезды. Геометрическая толщина атмосферы варьируется от нескольких миллиметров в достаточно холодных нейтронных звёздах (с эффективной температурой поверхности  $T_{\text{eff}} \approx 10^5$  К) до десятков сантиметров в сравнительно горячих звёздах ( $T_{\text{eff}} \approx 10^6$  К); звёзды с очень низкой эффективной температурой могут иметь твёрдую или жидкую конденсированную поверхность. Слои близкие к океану (оптическая толщина для излучения достигает единицы) могут иметь плотность от  $10^4$  до  $10^6$  г см<sup>3</sup>, в зависимости от магнитного поля  $B$ , температуры  $T$ , химического состава, ускорения свободного падения. Присутствие в атмосфере атомов, молекул и ионов, имеющих связанные состояния, существенно изменяет коэффициенты поглощения, а значит влияет на наблюдаемый спектр. Модели атмосфер нейтронных звёзд сталкиваются с большими проблемами, в частности для магнитных полей  $B \approx 10^{12} - 10^{14}$  Гс задача моделирования решена только для водородных атмосфер при  $T_{\text{eff}} \approx 10^5$  К [8]. Ограничение снизу на  $T_{\text{eff}}$  связано с требованием малости доли молекул по сравнению с атомами, которое, в свою очередь, обусловлено не выясненными квантовомеханическими свойствами молекул в сильном магнитном поле. При  $B \approx 10^{12} - 10^{13}$  Гс и  $T_{\text{eff}} \in [10^5 \text{ К} : 10^6 \text{ К}]$  разработаны модели частично ионизованных атмосфер, состоящих из углерода, азота или кислорода [9]. В данном случае ограничение на  $T_{\text{eff}}$  сверху обусловлено приближённой трактовкой эффектов движения ионов поперёк магнитного поля, справедливых при небольших тепловых скоростях.

## 4. УРАВНЕНИЕ ОППЕНГЕЙМЕРА - ВОЛКОВА И ЕГО РЕШЕНИЕ

В работе используется следующая система уравнений [3, 4]

$$\frac{dp}{dr} = -\frac{G\epsilon(r)M(r)}{c^2 r^2} \left[ 1 + \frac{p(r)}{\epsilon(r)} \right] \left[ 1 + \frac{4\pi r^3 p(r)}{M(r)c^2} \right] \left[ 1 - \frac{2GM(r)}{c^2 r} \right]^{-1} \quad (4.1)$$

$$\frac{dM}{dr} = 4\pi r^2 \rho(r) = \frac{4\pi r^2 \epsilon(r)}{c^2} \quad (4.2)$$

$$M(r) = 4\pi \int_0^r r'^2 dr' \rho(r') = 4\pi \int_0^r r'^2 dr' \epsilon(r')/c^2 \quad (4.3)$$

где  $p$  - давление,  $M$  - масса звезды заключенная в сфере радиуса  $r$ ,  $\rho$  - плотность вещества на расстоянии  $r$  от центра звезды, а  $\epsilon$  - плотность энергии на расстоянии  $r$  от центра звезды.

Они представляют собой нелинейную систему дифференциальных уравнений которую мы будем решать численно.

Для начала сведем величины к безразмерным:

$$\bar{p} = p/\epsilon_0, \quad \bar{\epsilon} = \epsilon/\epsilon_0, \quad \bar{M} = M/M_\odot, \quad \bar{r} = r/r_0, \quad (4.4)$$

где  $M_\odot$  - масса солнца, а  $r_0 = 1\text{км}$ . Что касается  $\epsilon_0$ , то эту постоянную мы будем подбирать в каждом конкретном случае для более удобного решения. Подставляя выражения для безразмерных величин в систему получим:

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{r}} = -\frac{GM_\odot}{r_0 c^2} \frac{\bar{\epsilon}\bar{M}}{\bar{r}^2} \left[ 1 + \frac{4\pi r_0^3 \epsilon_0}{c^2 M_\odot} \frac{\bar{r}^3 \bar{p}}{\bar{M}} \right] \left[ 1 - \frac{2GM_\odot}{r_0 c^2} \frac{\bar{M}}{\bar{r}} \right]^{-1} \quad (4.5)$$

$$\frac{d\bar{M}}{d\bar{r}} = \frac{4\pi r_0^3 \epsilon_0}{c^2 M_\odot} \bar{r}^2 \bar{\epsilon} \quad (4.6)$$

где  $\alpha = 1.476$ ,  $\gamma = 2.953$ , а  $\beta = 7.0310^{-39} \left( \frac{\text{см}^3}{\text{эрг}} \right) \epsilon_0$  Таким образом, задавая  $\epsilon_0$ , получаем систему уравнений, которую мы уже непосредственно будем решать.

$$\frac{d\bar{p}}{d\bar{r}} = -\alpha \frac{\bar{\epsilon} \bar{M}}{\bar{r}^2} \left[ 1 + \frac{\bar{p}}{\bar{\epsilon}} \right] \left[ 1 + \beta \frac{\bar{r}^3 \bar{p}}{\bar{M}} \right] \left[ 1 - \gamma \frac{\bar{M}}{\bar{r}} \right]^{-1} \quad (4.7)$$

$$\frac{d\bar{M}}{d\bar{r}} = \beta \bar{r}^2 \bar{\epsilon} \quad (4.8)$$

Как можно видеть, из системы необходимо исключить третью неизвестную -  $\bar{\epsilon}$ . Для этого нам понадобится зависимость  $\bar{\epsilon}(\bar{p})$ , ее мы получим когда будем рассматривать конкретные модели.

Говоря о начальных условиях:  $M(0) = 0$ , т.к в сфере нулевого радиуса не заключена масса, что касается  $p(0) \neq 0$ , то это значение варьируется от выбора  $0$  и точки на кривой  $M(R)$ , которую мы хотим получить. К примеру, в ходе построения кривой для нейтронного Ферми газа значение  $p(0)$  изменялось от  $0.0005$  до  $1000$ . Когда мы подаем на вход функции “`odient`” функцию, рассчитывающую значения производных для произвольных  $M$ ,  $p$  и  $r$  (реализующую исходные уравнения), начальные условия и массив значений  $r$ , для которых надо найти решение, на выход мы получаем массив значений  $M$  и  $p$  в заданных точках. Так как критерием того, что “звезда закончилась”, служит условие  $p = 0$ , после чего решение данной системы не принадлежит множеству действительных чисел, то мы должны, постепенно увеличивая диапазон значений  $r$ , ожидать появления ошибки в последней строчке выходного массива. После чего мы можем считать, что достигли границы звезды, а значит искомые радиус и масса найдутся в предпоследних ячейках своих массивов. Таким образом, меняя  $r$ , мы получили одну точку на плоскости  $M$ - $R$ , теперь постепенно меняя  $p(0)$  получим множество таких точек - они и составят искомую кривую  $M(R)$ . В данной реализации существует два тонких места: 1) В нахождении первых производных



при  $r = 0$  и  $M = 0$ . Так как и радиус, и масса присутствуют в знаменателе уравнения Оппенгеймера-Волкова, то формальное вычисление даст ошибку. Решение проблемы заключается в присвоении значений производным в этих случаях: при  $r = 0$  - обе производные приравнять 0, при  $M = 0$  приравнять нулю только производную давления. 2) Начальные условия необходимо выбирать близкими к реальным физическим значениям, иначе результат может быть практически произвольным вплоть до ошибки в ходе выполнения программы. К примеру, выбирая  $\rho(0)$  слишком маленьким вы рискуете получить звезду радиусом в 50000 км или в обратном случае 1010 м. Это можно увидеть по спиралям на получившихся рисунках.

## 5. НЕЙТРОННЫЙ ФЕРМИ ГАЗ

Для свободных нейтронов количество доступных состояний на единицу объема определяется максимальным импульсом  $k_F$  [3, 4].

$$dn = \frac{d^3k}{(2\pi\hbar)^3} = \frac{4\pi k^2 dk}{(2\pi\hbar)^3} \quad (5.1)$$

$$n = \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{k_F} k^2 dk = \frac{k_F^3}{3\pi^2\hbar^3} \quad (5.2)$$

Тогда плотность вещества определяется, как  $\rho = nm_N$ , где  $m_N$  - масса нейтрона, а плотность энергии, как

$$\epsilon(k_F) = \frac{8\pi}{(2\pi\hbar)^3} \int_0^{k_F} (k^2c^2 + m_N^2c^4)^{1/2} k^2 dk \quad (5.3)$$

1) В релятивистском случае  $kc \gg m_Nc^2$  и потому можно пренебречь вкладом массы в плотность энергии, тогда

$$\epsilon(k_F) = \frac{k_F^4 c}{4\pi^2\hbar^3} \quad (5.4)$$

2) В нерелятивистском случае  $kc \ll m_Nc^2$  и пренебрегаем вкладом импульса в плотность энергии, получим

$$\epsilon(k_F) = \frac{k_F^4 c}{4\pi^2\hbar^3} \quad (5.5)$$

Теперь рассмотрим давление. Из первого закона термодинамики следует

$$p = n^2 \frac{d(\epsilon/n)}{dn} = \frac{8\pi c^2}{3(2\pi h)^3} \int_0^{k_F} \frac{k^4}{(k^2 c^2 + m_N^2 c^4)^{1/2}} dk \quad (5.6)$$

Рассуждая аналогично случаю с плотностью энергии получим

1) В релятивистском случае

$$p = \frac{k_F^4 c}{12\pi^2 h^3} = \epsilon/3 \quad (5.7)$$

2) В нерелятивистском случае

$$p = \frac{k_F^5}{15\pi^2 h^3 m_N} = \frac{h^2}{15\pi^2 m_N} \left( \frac{3\pi^2 \epsilon}{m_N c^2} \right)^{5/3} \quad (5.8)$$

Окончательную же зависимость  $\epsilon(p)$  мы представим в виде:

$$\bar{\epsilon} = A_{NR} \bar{p}^{3/5} + A_{R} \bar{p} \quad (5.9)$$

Где  $p = p/0$  и  $\epsilon = \epsilon/0$  - безразмерные величины, а 0 выбирается из соображений удобства. Мы выбрали именно такую функцию, потому что аналитическое нахождение зависимости  $(p)$  в произвольном случае сопряжено с трудностями. Представив общую зависимость в виде линейной комбинации нерелятивистского(NR) и релятивистского(R) случаев, мы получили функцию, стремящуюся к релятивистской зависимости при  $p \rightarrow \infty$  и к нерелятивистской при  $p \rightarrow 0$ , и плавно переходящую от одной к другой. Коэффициенты  $A_{NR}$  и  $A_R$  получим аппроксимируя численную зависимость  $(p)$ , полученную интегрированием уравнений (2) и (3), предложенной функцией. В нашем случае значения получаются следующими:

6.