Научно-исследовательская работа студента.

Бикбаев Тимур

Ноябрь 2018 г.

1 Разработка классической модели взаимодействия тёмных атомов с ядрами.

Рассмотрим задачу о движении двух взаимодействующих друг с другом частиц во внешнем не однородном электрическом поле.

Рассмотрим систему с "тёмным"атомом, состоящим из отрицательно заряженной частицы с зарядом -2e и ядра гелия с зарядом +2e.

На атом действует внешнее не однородное электрическое поле с напряжённостью:
$\vec{E} = \vec{E}(\vec{\rho}) = \dfrac{Ze\vec{\rho}}{\rho^3}$,
где ρ это расстояние от источника напряжённости электрического поля до какой-то частицы, e это элементраный заряд, а Z это зарядовое число ядра.

В этом случае будет наблюдаться линейный эффект Штарка.

Запишем оператор Гамильтона для системы:
$\hat{H} = -\dfrac{\hbar^2}{2m_{He}}\Delta_1 - \dfrac{\hbar^2}{2m_T}\Delta_2 + U(r) - 2e\vec{r_1}\vec{E} + 2e\vec{r_2}\vec{E}$,
где m_{He} это масса ядра гелия, m_T это масса отрицательно заряженной частицы, $\hbar$ это постоянная Дирака, r это расстояние между частицами, U(r) - закон по которому взаимодействуют частицы, Δ_1 и Δ_2 это операторы Лапласа по коардинатам частиц.

Сведём задачу к задаче двух тел, для этого введём вместо радиус-векторов частиц $\vec{r_1}$ и $\vec{r_2}$ новые переменные:

$\vec{r} = \vec{r_2} - \vec{r_1}$, $\vec{R} = \dfrac{m_T\vec{r_1} + m_{He}\vec{r_2}}{m_t + m_{He}}$,
где $\vec{r}$- вектор взаимного расстояния, а $\vec{R}$ - радиус-вектор центра инерции частиц.

После вычисления получаем:

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2(m_{He}+m_T)}\Delta_R - \frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta + U(r) + G(\vec{R},\vec{\rho},\vec{r}), \tag{1}$$

$$\text{где } G(\vec{R},\vec{\rho},\vec{r}) = \frac{A(\vec{R},\vec{\rho},\vec{r})}{B(\vec{R},\vec{\rho},\vec{r})} \tag{2}$$

$$\begin{aligned} A(\vec{R},\vec{\rho},\vec{r}) = \Big(\vec{R} + \frac{m_T\vec{r}}{m_T+m_{He}}\Big)\Big(\vec{\rho} + \vec{R} + \frac{m_T\vec{r}}{m_T+m_{He}}\Big)\Big|\vec{\rho} + \vec{R} - \frac{m_{He}\vec{r}}{m_T+m_{He}}\Big|^3 + \\ + \Big(\frac{m_{He}\vec{r}}{m_T+m_{He}} - \vec{R}\Big)\Big(\vec{\rho} + \vec{R} - \frac{m_{He}\vec{r}}{m_T+m_{He}}\Big)\Big|\vec{\rho} + \vec{R} + \frac{m_T\vec{r}}{m_T+m_{He}}\Big|^3 \end{aligned} \tag{3}$$

$$B(\vec{R},\vec{\rho},\vec{r}) = \left(\Big|\vec{\rho} + \vec{R} + \frac{m_T\vec{r}}{m_T+m_{He}}\Big|\Big|\vec{\rho} + \vec{R} - \frac{m_{He}\vec{r}}{m_T+m_{He}}\Big|\right)^3 \tag{4}$$

Δ_R и Δ операторы Лапласа соответственно по компонентам векторов $\vec{R}$ и $\vec{r}$,
$\mu = \dfrac{m_{He}+m_T}{m_{He}m_T}$ приведенная масса,
$\vec{\rho}$ - вектор проведённый от неподвижного источника напряжённости электрического поля к началу системы коардинат, то есть это постоянный вектор.

Найдём собственную функцию ψ оператора Гамильтона.

$\hat{H}\psi = \epsilon\psi$, где ϵ - это энергия. Для этого нужно решить уравнение:

$$-\frac{\hbar^2}{2(m_{He}+m_T)}\Delta_R\psi - \frac{\hbar^2}{2\mu}\Delta\psi + U(r)\psi + G(\vec{R},\vec{\rho},\vec{r})\psi = \epsilon\psi \tag{5}$$

$$\psi = \psi(r,\theta,\phi,R) = Y_1(r,\theta,\phi)Y_2(R), \tag{6}$$